FILOSOFÍA Y PENSAMIENTO
ENSAYO

EL LIBRO UNIVERSITARIO

WILLARD VAN ORMAN QUINE

FILOSOFÍA DE LA LÓGICA

Versión de
Manuel Sacristán

Alianza Editorial

Título original:
Philosophy el Logic
Original English language edition published by Prentice-Hall, Inc.,
Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A.

Primera edición en «Alianza Universidad»: 1973
Primera edición en «Ensayo»: 1998

Calle Juan Ignacio Luca de Tena, 15; 28027 Madrid; teléf. 91 393 88 88
ISBN: 84-206-7906-2
Depósito Legal: M. 36.621-1998
Impreso en Lavel. Los Llanos, nave 6. Humanes (Madrid)
Printed in Spain

A mi hija
Elizabeth Roberts

INDICE

Prólogo 13

Nota a la primera reimpresión norteamericana 17

Capítulo 1: Significación y verdad 19

- Objeción a las proposiciones 21
- Las proposiciones como información 24
- Difusividad de la significación empírica 27
- Abandono de las proposiciones 30
- Verdad y ascensión semántica 34
- Marcas y oraciones eternas 38

Capítulo 2: Gramática 41

- Gramática por recursión 43
- Categorías 46
- Inmanencia y trascendencia 48
- Reconsideración del objetivo del gramático 50
- Gramática lógica 52
- Expedientes redundantes 54

Nombres propios y functores ... 56
Léxico, partícula, nombre propio ... 58
El criterio del léxico ... 61
Tiempo, acaecimientos, adverbios ... 63
Actitudes y modalidad ... 66

CAPÍTULO 3: VERDAD ... 69

Verdad y satisfacción ... 71
Satisfacción por sucesiones ... 74
La definición de la verdad por Tarski ... 77
Una paradoja en el lenguaje-objeto ... 81
Solución de la contradicción en teoría de conjuntos ... 84

CAPÍTULO 4: LA VERDAD LÓGICA ... 87

Sobre la base de la estructura ... 89
Sobre la base de la sustitución ... 92
Sobre la base de modelos ... 95
La adecuación de la sustitución ... 97
La evitación de los conjuntos ... 100
Sobre la base de la demostración ... 102
Sobre la base de la gramática ... 104

CAPÍTULO 5: EL ALCANCE DE LA LÓGICA ... 109

Las afinidades de la identidad con la teoría lógica ... 111
Reducción de la identidad ... 113
La teoría de conjuntos ... 116
La teoría de conjuntos vestida con piel de cordero ... 118
La lógica vestida de piel de lobo ... 121
El alcance de la teoría virtual ... 123
Cuantificación simulada de clases ... 126
Otra cuantificación simulada ... 129
Apéndices ... 132

CAPÍTULO 6: LÓGICAS DIVERGENTES ... 137

Cambio de lógica es cambio de tema ... 139
La lógica en la traducción ... 141
El principio de tercio excluso ... 143

La discusión acerca de la dicotomía ... 146
El intuicionismo ... 148
Cuantificación ramificada ... 152
La cuantificación por sustitución ... 155
Su fuerza ... 157

CAPÍTULO 7: EL FUNDAMENTO DE LA VERDAD LÓGICA ... 161

Una apariencia de teoría ... 163
Un dualismo insostenible ... 167
El lugar de la lógica ... 170

Lecturas recomendadas ... 175

INDICE ANALÍTICO ... 181

PROLOGO

«Y, en cambio —siguió diciendo Tweedledee—, si ocurrió, es que puede ser, y si ocurriera, sería; pero, como no ocurre, no es. Eso es la lógica.»

Lewis Carroll

En este libro nos vamos a ocupar de filosofía de la lógica, entendiendo en lo esencial la voz 'lógica' en el sentido de Tweedledee. No es ése el único sentido del término. Es fácil aducir precedentes de la aplicación simultánea del término a dos estudios diferentes: la lógica deductiva y la lógica inductiva. Pero no hay modo de distinguir entre la filosofía de la lógica inductiva y el tronco principal de la filosofía, que es la teoría del conocimiento. La lógica deductiva, por el contrario, la disciplina en que estaba pensado Tweedledee, sí que puede reivindicar un poco de filosofía peculiar de ella.

Si se me requiriera para que completara la definición ostensiva de la lógica por Tweedledee con una definición discursiva diría que la lógica es el estudio sistemático de las verdades lógicas. Si me pidieran algo más que eso, añadiría que una oración es lógicamente verdadera si lo son todas las oraciones que tienen la misma estructura gramatical que ella. Y si todavía me pidieran que precisara más, recomendaría la lectura de este libro.

Yo veo la lógica como resultante de dos componentes: la verdad y la gramática. Consiguientemente, trataré sobre todo la verdad y la gramática. Pero advierto que me opondré a la doctrina según la cual las verdades lógicas son verdades por razón de la gramática, o por razón del lenguaje.

Saldrán malparadas de este libro las nociones de proposición y de significación. Se comparará la teoría de conjuntos con la lógica, y se contrapondrá a ella, examinando procedimientos que disimulen su parecido. Se discutirá el estatuto y las pretensiones de otras lógicas divergentes de la clásica y se aducirá razones que tenemos para estar agradecidamente satisfechos de lo que poseemos en lógica.

Este libro arranca de dos invitaciones que recibí casi al mismo tiempo: una de los profesores Elizabeth y Monroe Beardsley, que querían que escribiera un libro de filosofía de la lógica para su *Prentice-Hall Foundations of Philosophy Series* (Colección de Fundamentos de Filosofía de la editorial Prentice-Hall), y otra del *Collège de France* para que diera doce lecciones de *philosophie de la logique*. Envié a Prentice-Hall una versión completa del libro y me apliqué a trabajar la copia mecanográfica con que me quedé para obtener de ella las lecciones que tenía que dar en Francia pocas semanas después. El texto mejoró en su versión francesa; por eso, apenas vuelto de París, revisé la versión original inglesa de acuerdo con la francesa. También se publicará el texto francés, una vez repasado estilísticamente por un estudioso de esa nacionalidad.

Debo, como de costumbre, a Burton Dreben útiles críticas de redacciones anteriores.

W. V. Quine

NOTA A LA REIMPRESIÓN

He practicado rectificaciones de cierta importancia en las páginas 74-77, 105, 153 y 178, y corregido erratas en otros lugares. Agradezco a los profesores John Corcoran, Gilbert Harman, Ruth Marcus, J. J. C. Smart y Masao Yamashita, así como al señor Mark L. Wilson, su colaboración en las rectificaciones.

Capítulo I

SIGNIFICACION Y VERDAD

Objeción a las proposiciones

¿Qué es lo que hace verdadero el enunciado del que habla con verdad? Solemos inclinarnos por pensar que son dos factores: la significación y los hechos. Supongamos que un alemán emite la oración declarativa o apofántica: 'Der Schnee ist weiss'. Al emitirla habla con verdad, gracias a la feliz coincidencia de dos circunstancias: su oración significa que la nieve es blanca, y de hecho la nieve *es* blanca. Si las significaciones de los términos fueran diferentes, si, por ejemplo, 'weiss' significara verde, al emitir lo que dijo el sujeto no habría hablado con verdad. Y si los hechos fueran diferentes, si la nieve fuera roja, tampoco habría hablado con verdad el sujeto.

Eso que acabo de decir tiene el tranquilizador aspecto de la perogrullada, pero presenta al mismo tiempo molestas trazas de extravagancia filosófica. El sujeto alemán ha emitido su oración declarativa y, por otra parte, el mundo está lleno de nieve blanca; hasta aquí todo es muy llano. Pero, ¿realmente hemos de ir más allá y apelar a elementos y factores intangibles, como lo son una significación y un hecho? La *significación* de la oración es que la nieve es blanca, y el *hecho* del *asunto* es que la nieve es blanca. Esa identidad u homonimia es, manifiestamente, lo que permite decir que aquel alemán ha hablado con verdad. Su significación encaja con el hecho.

Esa descripción suena como la teoría que define la verdad por la adecuación; pero pretender que eso es una teoría es una broma sin gracia. La adecuación, en efecto, no se daría sino entre dos entes intangibles a los que hemos apelado como factores asignándoles una intervención entre la oración alemana y la nieve blanca.

Tal vez piense algún lector que me estoy tomando demasiado al pie de la letra la apelación aparente a esos factores mediadores. Ese lector puede sostener que al hablar de la significación como factor de la verdad de lo que ha dicho el alemán decimos sólo, aunque un poco figurativamente, algo que nadie negará, a saber: que si, por ejemplo, la voz 'weiss' se aplicara en alemán a las cosas verdes en vez de a las blancas, sería falso lo que el alemán dijo acerca de la nieve. Y también puede sostener que la aparente referencia a un hecho como a algo separado y distinto de la nieve y de su color no es más que una manera de decir.

De acuerdo. No objetaré nada a eso, siempre que podamos considerar la situación de tal modo. Pero existe en filosofía de la lógica, desde hace mucho tiempo, una robusta tendencia que no se puede justificar sin más que esa aclaración. Los más graves pecados de esta tendencia se refieren a la significación de las oraciones, no a los hechos. Pues la tendencia en cuestión exaltó las significaciones de las oraciones hasta hacer de ellas entidades abstractas de derecho propio llamadas *proposiciones*. Estas proposiciones, y no las oraciones mismas, son para dicha tendencia las cosas que son verdaderas o falsas. Las proposiciones son también, consiguientemente, las cosas que se encuentran o no se encuentran en la relación lógica de implicación. Y las cosas que se conoce, o en las que se cree o no se cree, y las que se considera obvias o sorprendentes.

La ambigüedad del término 'proposición' ha sido uno de los motivos de la tolerancia de los filósofos para con las proposiciones. El término se utiliza, en efecto, a menudo para decir no más que oraciones, oraciones declarativas; ocurre entonces que autores que usan el término para indicar significaciones de oraciones cometen descuidos en la distinción entre las oraciones mismas y sus significaciones. No hay que decir que, cuando, en

las páginas siguientes, lance mis invectivas contra las proposiciones, el sentido en que se tomará este término será siempre el de significaciones de oraciones.

Algunos filósofos, loablemente suspicaces respecto de las proposiciones en este sentido audaz, se refugian en la palabra 'enunciado' ['statement']. La interrogación que formulé para empezar este capítulo ilustra ese uso elusivo. No así mi acostumbrado y arraigado uso de 'enunciado' ['statement'] en mis libros anteriores; en ellos usé el término exclusivamente para referirme a oraciones declarativas, diciéndolo explícitamente. Luego he abandonado el término, en vista de la creciente tendencia de los de Oxford a utilizarlo para indicar los actos que ejecutamos al emitir oraciones declarativas. Ahora bien: es seguro que el apelar a enunciados [statements] en ese sentido, en vez de hablar de proposiciones, no aporta ninguna claridad. No diré nada más acerca de enunciados, sino que hablaré normalmente de proposiciones.

Una vez que el filósofo ha admitido proposiciones en su ontología —ya sea por no haber notado la ambigüedad antes aludida, ya por exceso de hospitalidad—, toma infaliblemente las proposiciones, en vez de las oraciones, como los objetos que son verdaderos o falsos. El filósofo tiene la sensación de que con eso procede más directamente, se salta un escalón. Volvamos a nuestro alemán. Dijimos que había dicho la verdad en cuanto (1) 'Der Schnee ist weiss' significa que la nieve es blanca, y (2) la nieve *es* blanca. Lo que cree hacer nuestro proposicionalista es ahorrarse el paso (1). La proposición la nieve es blanca es verdadera simplemente en cuanto (2) la nieve *es* blanca. El proposicionalista obvia o pasa por alto las diferencias entre lenguajes, y también las diferencias de formulación en un mismo lenguaje.

Mi objeción al reconocimiento de las proposiciones no nace primariamente de la parsimonia filosófica, del deseo de no soñar más cosas en los cielos y en la tierra que las estrictamente necesarias. Tampoco nace, por precisar más, de ningún concretismo filosófico, de la negación de toda entidad intangible o abstracta. Mi objeción es más constringente que todo eso: si hubiera proposiciones, éstas suscitarían cierta relación de sinonimia o equivalencia entre las oraciones mismas: las oraciones que expresaran una misma proposición serían equivalentes. Pues bien: mi objeción consistirá en sostener que la relación de equivalencia en cuestión no tiene sentido objetivo en el plano de las oraciones. Si es posible dejarlo fuera de toda duda, eso elimina la hipótesis de las proposiciones.

Las proposiciones como información

Es corriente decir que tales o cuales oraciones tienen o no la misma significación. Se trata de un uso tan cotidiano, tan afilosófico, que puede parecer más claro de lo que en realidad lo es. Pues en realidad es vago y su fuerza expresiva varía extraordinariamente a tenor de las necesidades particulares del momento en que se usa. Supongamos que estamos informando en estilo indirecto acerca de una observación de una persona. Se podrá considerarnos culpables de deformar la significación de aquella observación si sustituimos una palabra neutra usada por aquella persona por otra que, aun teniendo la misma referencia, sea despectiva. Esa sustitución representa mal la actitud de la persona y, por lo tanto, la significación que quiso. En cambio, en otra ocasión, en una ocasión en la cual lo interesante sea la trasmisión de información objetiva, sin que importen las actitudes de personas, esa misma sustitución del término neutro por el término despectivo no se considerará distorsión de la significación querida por la persona. En la traducción literaria se manifiesta un desplazamiento análogo del criterio de semejanza en la significación, según que el interés se dirija a las cualidades poéticas del texto o a la información objetiva que trasmite.

El tipo de semejanza de significación que importa para nuestra discusión en curso —la mismidad o identidad de la proposición— es el mencionado en segundo lugar en esos ejemplos: la mismidad de la información objetiva, independientemente de las actitudes personales o de las cualidades poéticas. Si la noción de información objetiva fuera ella misma lo suficientemente clara, no se produciría disputa alguna acerca de las proposiciones.

Y, efectivamente, hoy día la noción de información es suficientemente clara si se la relativiza adecuadamente. Es una noción central en la teoría de la comunicación. Su sentido se constituye respecto de alguna matriz de alternativas o lista de elementos previamente establecida. Lo que hay que precisar

por anticipado es cuáles son los rasgos que importan. Piénsese en la corriente técnica de fotograbado. Se tiene, por ejemplo, una plantilla de seis por seis cm, la cual contiene un conjunto de posiciones equidistantes vertical y horizontalmente; cien por centímetro, pongamos. El fotograbado queda completamente determinado en cuanto que se determina cuáles de esos 360.000 puntos o posiciones son negros. Si se toma esa plantilla como matriz de las alternativas, la información *relativa a ella* consiste en decir qué puntos son negros. Respecto de esa matriz, dos cuadros que determinen que son negros los mismos puntos dan la misma información. Las diferencias que haya entre ellos en materia de color son, por así decirlo, una cuestión puramente estilística desde el punto de vista de aquella matriz, porque no trasmiten ninguna información. Lo mismo ocurre incluso por lo que hace a diferencias de forma o de posición que sean demasiado pequeñas para poder ser recogidas por los puntos del fotograbado. Por lo demás, la especificación verbal de los puntos que son negros da la misma información que un cuadro respecto de esa matriz. (Este es precisamente el principio de la trasmisión telegráfica de fotografías.) Y, desde luego, dos descripciones verbales pueden dar la misma información con formulaciones muy diferentes; por ejemplo, una de ellas puede dar la misma información diciendo qué puntos son blancos, en vez de decir cuáles son los negros.

La noción de identidad de información se presenta, pues, con claridad sobre la base de una matriz previamente dada de alternativas de blanco y negro. Pero en la vida real se tropieza con una dificultad al intentar igualar oraciones respecto de la información que trasmiten, y es que no está previamente dada ninguna matriz de alternativas, no sabemos qué es lo que hay que tener en cuenta. No hay ninguna regla evidente que permita separar la información de los rasgos estilísticos o, en general, no importantes de las oraciones. Por lo tanto, no se da una respuesta adecuada a la cuestión de cuándo se puede decir que dos oraciones significan la misma proposición al aludir a la identidad de la información objetiva. Esa respuesta no es más que otra formulación de la pregunta.

Hablando idealmente se puede decir que una física corpuscular ofrece una matriz de alternativas y, por lo tanto, un concepto absoluto de información objetiva. Dos oraciones coinciden en su información objetiva y expresan, por lo tanto, la misma proposición si toda distribución cósmica de los corpúsculos o partículas que verifique una de las dos oraciones verifica también la otra. Se puede llamar mundo posible a cada distribución de partículas elementales de clases determinadas en el espacio-tiempo total; supuesto este uso, se puede decir que dos oraciones significan la misma proposición si son verdaderas ambas en los mismos mundos posibles. Las verdades de la matemática pura y de la lógica se encuentran en un extremo de esta escala: son verdaderas en *todos* los mundos posibles. Podemos decir que la clase de los mundos posibles en que resulta verdadera una oración es la información objetiva dada por esa oración: es, en suma, su proposición. Pero la idea tampoco nos suministra un procedimiento general para equiparar oraciones en la vida real. Pues no podemos, ciertamente, alimentar la esperanza de que un día dispondremos de una técnica adecuada para analizar nuestras oraciones ordinarias de tal modo que queden de manifiesto sus implicaciones respecto de la distribución de las partículas en el espacio-tiempo total.

La tradición epistemológica empirista sugiere otro modo de conseguir estimar la información objetiva, precisando así esta noción: di qué diferencia acarrearía para la experiencia posible la verdad o la falsedad de una oración y habrás dicho todo lo que hay que decir acerca de la significación de la misma; tal es la teoría de la significación que la entiende como contrastabilidad empírica. Los mismos términos usados para exponer la teoría de la contrastación son en sustancia los usados por Charles Sanders Peirce. También esta teoría se puede entender como una más de las que identifican la proposición o significación de una oración con la información que ésta trasmite; pero en el caso de esta teoría la matriz de alternativas que hay que utilizar para definir la información es la totalidad de las distinciones y las combinaciones posibles del insumo sensorial *. Algunos epistemólogos catalogarán esas alternativas por in-

* El neologismo 'insumo' traduce 'input'. Tomo el término de varias publicaciones hispanoamericanas de teoría y política económicas. 'Input' es término que procede del léxico de esa esfera. Otra traducción frecuente (en esas mismas ciencias) es 'factor' (de un producto, *output*). En el contexto de Quine 'input' quiere decir lo absorbido, lo recibido e introducido. Por su etimología, 'insumo' me parece sugerir la idea con una apreciable plasticidad. Las inserciones entre corchetes en el texto de Quine son traducciones inevitablemente muy libres que me ha parecido obligado destacar como glosas o interpolaciones.

trospección de los datos sensoriales. Otros, de tendencia más naturalista, preferirán entenderlas sobre la base de la estimulación del sistema nervioso, viendo en las terminaciones nerviosas normales del organismo unos análogos de los puntos del fotograbado. Pero, de un modo u otro, la doctrina de que las proposiciones son significaciones empíricas desemboca en una dificultad. Como vamos a ver en seguida, la dificultad se presenta al intentar distribuir la evidencia sensible entre oraciones sueltas.

Difusividad de la significación empírica

Supongamos que un experimento ha arrojado un resultado contrario a una teoría normalmente aceptada en alguna ciencia de la naturaleza. La teoría comprende todo un haz de hipótesis simultáneas o, por lo menos, se puede resolver en un haz así. Lo más que pone de manifiesto el experimento es que por lo menos una de esas hipótesis es falsa; pero no dice cuál. Lo susceptible de evidencia favorable o contraria en la observación y en la experimentación es la teoría tomada en su conjunto, no una u otra de las hipótesis sueltas.

Pero, ¿cuánta amplitud tiene una teoría? ¿Dónde están sus límites? No hay parte de la ciencia que esté totalmente aislada del resto. Hay que suponer que incluso las partes más *disparatae* tienen en común, en cualquier caso, leyes lógicas y aritméticas, y también algunas generalidades de sentido común acerca del movimiento de los cuerpos. Se puede sostener en principio que cualquier elemento de evidencia abona o contradice el sistema total de la ciencia (por muy laxo que sea el ensamblamiento de ese sistema). Y la evidencia contraria al sistema no es evidencia contra tal o cual oración del mismo en particular. Y se puede reaccionar a ella por medio de cualquiera de varios reajustes posibles.

Hay una excepción importante que salta a la vista: no hay duda de que una determinada observación será evidencia en favor de la oración que la recoge y en contra de la oración que predijo lo contrario. Nuestro argumentador de principio podría mantener incluso en este caso su posición, arguyendo que, en los infrecuentes casos en que una sola observación desfavorable contradice creencias dominantes sustentadas desde tiempos inmemoriales, se prescindirá de esa observación considerándola ilusoria. Pero lo principal es que, normalmente, las oraciones observacionales se enfrentan individualmente con la observación. Esa es la diferencia entre oraciones observacionales y oraciones teoréticas. La teoría científica no es contrastable con la evidencia sino por la confrontación individual de las oraciones observacionales con la observación y por las conexiones establecidas entre las oraciones teoréticas y las observacionales.

Si se reflexiona acerca de cómo aprendemos el lenguaje se aclara por qué determinadas oraciones son sensibles individualmente a la observación. Numerosas expresiones —entre las que se cuenta la mayoría de las primeras que aprendemos— se aprenden *por ostensión:* o sea, se aprenden en la situación que ellas mismas describen o en presencia de las cosas que describen. Dicho brevemente: son oraciones condicionadas a observaciones, y, más precisamente, a observaciones públicamente compartidas, porque igual el que enseña que el que aprende han de apreciar simultáneamente la adecuación de la ocasión o de la cosa. Ahora bien: puesto que todo el mundo aprende de ese modo tales expresiones, todo el mundo tenderá igualmente a aplicarlas en presencia de las mismas situaciones. Y esta uniformidad suministra, efectivamente, un criterio conductista para estimar qué es lo que hay que considerar oración observacional. Esa uniformidad es también lo que explica el que los científicos, cuando comparan las evidencias respectivamente obtenidas, tiendan a acentuar las oraciones observacionales, considerando que son el punto en el cual está garantizada la mayor o menor coincidencia.

Otras expresiones se aprenden contextualmente, por modos que van construyendo un edificio de oraciones complicadamente interconexas. Las conexiones son tales que nos inclinan a afirmar o negar algunas de las oraciones conectadas cuando nos vemos movidos a afirmar o negar otras. A través de esas conexiones la teoría científico-natural absorbe su sustancia empírica, arrancando de las oraciones observacionales. Y esas mismas conexiones son también la causa de que nuestra teoría nos pueda inducir a la tentación de ignorar o desechar una observación; pero sería lamentable escudarse frecuentemente en la fuerza de esa tentación.

Muchísimos autores reconocen en alguna medida, aunque sólo sea implícitamente, la imposibilidad de distribuir la información empírica (en el caso general) entre varias oraciones aisladas, e incluso entre haces de oraciones bastante ricos, pero también aislados de los demás. El asunto, en efecto, se tiene que considerar de esta manera: casi todo el mundo admitirá que nuestra presente teoría de la naturaleza está hipodeterminada, insuficientemente determinada por nuestros datos presentes; y que seguirá estando hipodeterminada aunque se cuente no sólo las observaciones que tenemos hechas y las que haremos, sino también todos los acaecimientos inobservados, pero de tipo observable. En suma: nuestra teoría de la naturaleza queda hipodeterminada por todas las observaciones «posibles». Esto quiere decir que puede haber un conjunto H de hipótesis y otro conjunto de ellas, H', incompatible con H; y que si se altera nuestra teoría total T hasta el punto de que su conjunto de hipótesis inicial, H, quede sustituido por H', la teoría resultante, T', siga encajando con todas las observaciones posibles no menos bien que armonizaba con ellas T. Es, por lo tanto, evidente que H y H' trasmiten la misma información empírica, en la medida en que trasmitan alguna; y, a pesar de eso, son incompatibles. Esta consideración debería frustrar todo intento de asentar la noción general de proposición como significación empírica de oraciones.

Pero, entonces, ¿por qué es tan tenaz esa noción? En parte porque, pese a todo, las oraciones individuales de la ciencia y del sentido común parecen tener en la práctica sus propias significaciones empíricas individuales. Esa apariencia conduce a errores, pero es explicable. Supongamos, por ejemplo, que un científico toma una docena de creencias teoréticas comunes, infiere de ellas una previsión de biología molecular y la previsión queda falsada. El científico tenderá a examinar —para someterlas a una posible rectificación— sólo la media docena de creencias (supongamos que eran seis) pertenecientes a la biología molecular, en vez de meterse con la otra media docena de oraciones más generales, relativas a la lógica, la aritmética y el comportamiento macroscópico de los cuerpos. Es una estrategia razonable: la máxima de la mutilación mínima. Y uno de los efectos de esa estrategia es la impresión de que la parte de la teoría afectable por la falsación obtenida es menor que lo que parecería serlo si se adoptara un procedimiento diferente del de la máxima de la mutilación mínima.

Además, es probable que el científico no confronte siquiera, imparcialmente, las seis creencias de biología molecular con la falsación de la previsión, sino que concentre su examen en torno a una de las seis, la que le resulte más sospechosa. De hecho, los científicos arbitran eternamente experimentos con la explícita intención de contrastar hipótesis aisladas, individualmente; también este proceder es razonable cuando se cuenta, como es sólito, con una hipótesis más de tanteo y, por lo tanto, más suspecta que las demás partes de la teoría.

Pero sería un error creer que la operación del científico consiste en poner en contrastación una sola hipótesis manteniendo fijas *todas* las demás. Sin duda lo que desencadena su voluntad de experimentar es una sospecha acerca de alguna hipótesis particular; pero el científico está dispuesto a rechazar esa hipótesis y alguna otra cosa más si la contrastación resulta negativa, falsadora. Junto con la hipótesis falsada por el experimento, tendrá que rechazar todas las implicadas por ella (ese es el modo como se expresará). Yo no tengo por qué basarme en una noción de implicación, porque estoy precisamente criticando esa idea (o la noción, asociada con ella, de equivalencia, la cual no es más que una implicación recíproca). Pero sí que he de reconocer, como todo el mundo, que las oraciones están interconectadas por medio de asociaciones que arraigan en la conducta. Y entre ellas se dan las interconexiones complicadas antes aludidas; son conexiones de intensidades varias que nos mueven a afirmar o negar determinadas oraciones cuando afirmamos o negamos otras. Estos esquemas de habituación mueven al que rechaza una hipótesis a rechazar otras más junto con la primera.

La estrategia del divide y vencerás que utiliza el científico presta buenos servicios a la ciencia, pero no nos enseña a asignar evidencia empírica particular a oraciones particulares, aisladas. No podemos asignar evidencia particular a cada oración observacional; y eso es todo.

Abandono de las proposiciones

La acrítica aceptación de las proposiciones entendidas como significaciones de oraciones es una de las varias manifestaciones de un difundido mito: el mito de la significación. Ocurre, según ese mito, como si hubiera un museo de las ideas en el que cada

idea llevara la etiqueta de la expresión que la significa; en particular, cada idea-proposición tendría su etiqueta-oración. Al criticar esta actitud he planteado el problema de la identificación de una proposición. Las teorías empiristas de la significación tienen, a este respecto, a primera vista, el atractivo de que el campo de la evidencia sensible goza de una posibilidad de individualización bastante clara. Pero hemos dado razones suficientes para no confiar en esa vía.

La cuestión de la identificación de proposiciones es el problema de la definición de la equivalencia entre oraciones: de una equivalencia, al menos, «cognoscitiva», ya que no empírica, y que engrane de un modo u otro con las condiciones de la verdad. Será oportuno registrar y rechazar en este punto otra idea que atrae en esta dirección y no coincide con la de equivalencia empírica; pero sólo lo justo para robustecer nuestra estimación del problema. Podría parecer posible definir una relación fuerte de sinonimia entre palabras aisladas, mediante la simple exigencia de que sean intercambiables *salva veritate*: que al poner una de las dos palabras en el lugar de la otra se conserve el valor veritativo del contexto, o sea, que las verdades se conviertan en verdades y las falsedades en falsedades. Y, generalizando, se podría entonces decir que una palabra y una frase —por ejemplo, 'soltero' y 'varón no casado'— son sinónimas si son siempre intercambiables *salva veritate*. Por último podemos dar media vuelta y decir que dos oraciones son equivalentes en sentido fuerte cuando constan de partes correspondientes que son sinónimas dos a dos en el sentido que queda dicho.

Ese es, con toda claridad, un modo artificioso de ascender la débil relación de mera igualdad de valor veritativo a la condición de relación de equivalencia fuerte por simple acumulación. Las oraciones equivalentes son estructuras paralelas cuyas partes correspondientes están relacionadas entre sí por la fuerte relación de ser intercambiables *salva veritate* en *toda* oración. La relación de equivalencia así obtenida tiene el inconveniente de que exige un paralelismo de estructuras; pero se puede aligerar un tanto esa limitación por el procedimiento de enumerar además unas cuantas trasformaciones gramaticales admisibles (que permitan obtener el paralelismo requerido).

Pero vamos a reflexionar críticamente acerca de la sinonimia entre palabras y entre palabras y frases. Considérese los términos 'criatura con corazón', que abreviaremos mediante 'cordiado' [1], y 'criatura con riñones', que abreviaremos mediante 'reniado' *. Los cuatro términos se aplican con verdad exactamente a las mismas criaturas y, sin embargo, es obvio que no estaremos dispuestos a llamarlos sinónimos. Sólo por pares invitan a que les demos el título de sinónimos: 'cordiado' y 'criatura con corazón'; 'reniado' y 'criatura con riñones'. Pues bien: ¿qué tal funciona en estos casos la definición de sinonimia que estamos considerando, esto es, la noción de intercambiabilidad *salva veritate*? ¿Es posible mostrar intercambiabilidad de 'cordiado' y 'criatura con corazón' y, al mismo tiempo, falta de intercambiabilidad de 'cordiado' y 'reniado'?

Tal vez sí, tal vez no: todo depende de los recursos de material contextual que supongamos disponible en otras regiones de nuestro lenguaje. Por ejemplo, si el contexto

(1) Necesariamente todos los cordiados son cordiados

está a nuestra disposición en el lenguaje, parece que obtenemos la contraposición que buscábamos: no hay intercambiabilidad entre 'cordiado' y 'reniado', porque si se pone 'reniados' en la segunda posición de 'cordiados' en la oración verdadera (1) se obtiene una falsedad. Al mismo tiempo —y también según queríamos—, 'cordiado' sigue siendo intercambiable con 'criatura con corazón', por lo menos en el ejemplo (1); pues, por definición, todos los cordiados tienen necesariamente corazón.

Pero es obvio que el éxito de esa contraposición depende de los recursos del lenguaje. Si no se hubiera dispuesto del adverbio 'necesariamente', y precisamente en el sentido en el cual no funciona para 'todos los cordiados son reniados' y sí funciona para 'todos los cordiados tienen corazón', tampoco habríamos conseguido esa concreta contraposición entre sinonimia por un lado y falta de sinonimia por el otro. Esta dependencia respecto de los recursos del lenguaje es perjudicial porque

[1] No se confunda con la categoría zoológica «cordado».

* Cuasi-equívocos, chistes velados, retruécanos, citas no explícitas, autoironías son procedimientos tan característicos del estilo de Quine que parece forzoso intentar traducirlos. Ya antes de este paso ha encontrado ejemplos el lector: la cita (sin entrecomillar) del *Hamlet* al comienzo del capítulo y la expresión 'máxima de la mutilación mínima', *maxim of minimum of mutilation*.

el adverbio 'necesariamente' (en el sentido requerido) no es en nada menos oscuro que las nociones de sinonimia y de equivalencia que estamos intentando justificar en última instancia. Si pasáramos por alto lo insatisfactorio que es ese adverbio, podríamos definir la equivalencia en un momento, diciendo: dos oraciones son equivalentes si necesariamente son ambas verdaderas o ambas falsas.

Sin duda se podría aducir otros ejemplos. El siguiente

(2) Tomás piensa que todos los cordiados son cordiados

nos sirve exactamente igual que (1), porque Tomás podría perfectamente no pensar que todos los cordiados son reniados y reconocer al mismo tiempo que todos los cordiados tienen corazón. Y (2) tiene la ventaja de que está formulado en un lenguaje más inocente que el de (1), con su elaborada noción de necesidad. Pero ocurre que una cosa es la inocencia y otra la claridad. El término 'piensa', presente en (2), es, a pesar de su frecuente uso, heredero de todas las oscuridades de la sinonimia y de la equivalencia, y de otras más.

En cualquier caso, no se puede decir que el elemento idiomático 'piensa' sea más corriente que la noción de equivalencia. Ni que la de equivalencia sea una noción técnica y nueva que haya que parafrasear en lenguaje ordinario. Pese a toda su oscuridad, 'equivalencia' pertenece, por el contrario, a ese lenguaje. La idea de equivalencia —de equivalencia «cognoscitiva»— parece tener sentido sin más, pues es, simplemente, implicación recíproca, y la implicación no es más que deducibilidad. Pero cuando se analiza la situación aparecen las dificultades, que no consisten en falta de familiaridad con esas nociones, sino en su falta de claridad.

¿Tiene que prescindir de todas esas nociones una ciencia seria? Creo que, en gran parte, sí. Al principio del capítulo 4 examinaré y defenderé ciertas nociones de equivalencia y deducibilidad más estrictamente lógicas. Hay, además, usos relativos que dan razón de gran parte de la utilidad de esos términos en el lenguaje cotidiano: así solemos hablar de equivalencia o de deducibilidad respecto de algún cuerpo de información básica tácitamente aceptado. Pero ninguno de esos usos dotados de sentido suficientemente claro tiene ventajas evidentes para la identificación de proposiciones.

Por último, la doctrina de las proposiciones se presenta desde cierto punto de vista como una construcción superflua, incluso admitiendo que estuviera resuelto el problema de su identificación. En efecto: esa solución consistiría en alguna definición adecuada de la equivalencia de oraciones; pero, entonces, ¿por qué no limitarse a oraciones y equivalencia, prescindiendo de las proposiciones? El meollo del asunto estriba en que las proposiciones se proyectan como sombras de las oraciones, si se me permite trasponer una metáfora de Wittgenstein. En el mejor de los casos no nos pasarán de contrabando nada que no den las oraciones mismas. Las proposiciones parecen prometer más que eso, pero ello se debe principalmente al supuesto acrítico de un procedimiento de identificación de proposiciones que no coincida con ninguna equivalencia entre oraciones de las que sabemos definir. Las sombras han promovido un pensamiento desiderativo.

Verdad y ascensión semántica

Los filósofos favorables a las proposiciones han dicho que éstas son necesarias porque la verdad sólo se puede decir inteligiblemente de proposiciones, no de oraciones. Hay una réplica muy a mano y poco amable para deshacer esa ilusión, y es que es posible explicar al proposicionalista la noción de verdad de oraciones utilizando su propio léxico: son oraciones verdaderas aquellas cuyas significaciones son proposiciones verdaderas. Si esto le resulta ininteligible, la culpa la tendrá él.

Pero el proposicionalista tiene un motivo más profundo —y más vago— para justificar su impresión de que la verdad se entiende primariamente de las proposiciones. La verdad debe depender de la realidad, no del lenguaje, y las oraciones son lenguaje. El modo por el cual el proposicionalista produce una realidad para poner la verdad en dependencia de ella es, sin duda, un procedimiento grosero, proyección de imaginarias sombras de oraciones. Pero tiene razón al decir que la verdad ha de depender de la realidad, porque así es. No hay oración que sea verdadera sino porque la realidad la hace verdadera. Como nos enseñó Tarski, la oración 'La nieve es blanca' es verdadera si y sólo si la nieve real es realmente blanca. Lo mismo se puede decir de la oración 'Der Schnee ist weiss'. Lo que importa no es el lenguaje. Hablar de la verdad de una oración determinada no es más que dar un rodeo: lo mejor es decir la oración y hablar así no acerca del lenguaje, sino acerca del mundo. Mientras nos refiramos sólo a la verdad de oraciones aisladamente dadas, la teoría perfecta de la verdad será siempre la que Wilfried Sellars llamó teoría de la desaparición de la verdad.

La verdad depende de la realidad; pero es una confusión basarse en eso para oponerse a que se llame verdaderas a las oraciones. El predicado verdad es útil precisamente en las situaciones en que, aun ocupándonos de la realidad, se presentan ciertas complicaciones técnicas que nos mueven a mencionar oraciones. En estos casos el predicado verdad sirve, por así decirlo, para apuntar a la realidad a través de la oración; sirve como recordatorio de que, aunque estamos mencionando oraciones, todo lo que importa es la realidad.

¿Y cuáles son esas situaciones o lugares en los que, aunque ocupándonos de la realidad no-lingüística, nos vemos movidos a proceder indirectamente y hablar de oraciones? Los lugares importantes de este tipo son aquellos en los cuales buscamos generalidad precisamente por ciertos planos oblicuos que no podemos eliminar mediante una generalización directa sobre objetos.

Podemos generalizar a partir de 'Tomás es mortal', 'Ricardo es mortal', etc., sin hablar de la verdad ni de oraciones; podemos decir: 'Todos los hombres son mortales'. Análogamente podemos generalizar a partir de 'Tomás es Tomás', 'Ricardo es Ricardo', 'O es O' y así sucesivamente, diciendo 'Toda cosa es ella misma'. En cambio, si queremos generalizar partiendo de 'Tomás es mortal o Tomás no es mortal', 'La nieve es blanca o la nieve no es blanca', y así sucesivamente, saltamos un escalón hacia arriba y nos ponemos a hablar de la verdad y de las oraciones, diciendo "Toda oración de la forma '*p* o no *p*' es verdadera", o 'Toda disyunción de una oración y su negación es verdadera'. El motor de esta ascensión semántica no es que 'Tomás es mortal o Tomás no es mortal' trate de oraciones, mientras que 'Tomás es mortal' y 'Tomás es Tomás' tratan de Tomás. Las tres oraciones tratan de Tomás. La ascensión se debe sólo al modo oblicuo como se relacionan entre ellos los casos a partir de los cuales generalizamos.

Si podemos formular nuestra generalización 'Toda cosa es ella misma' sin necesidad de esa ascensión es, simplemente, porque los cambios introducidos al pasar de un caso a otro —'Tomás es Tomás', 'Ricardo es Ricardo', 'O es O'— eran cambios de nombres propios. Cosa análoga se puede decir de la generalización 'Todos los hombres son mortales'. Esta generalización se puede leer así: 'x es mortal, para todo *hombre* x', o sea, para todas las cosas x del tipo del que 'Tomás' es un nombre. Pues bien: ¿cómo sería una lectura paralela de la generalización de 'Tomás es mortal o Tomás no es mortal'? Sería así: 'p o no p para todas las cosas p del tipo del que las oraciones son nombres'. Pero las oraciones no son nombres (propios), por lo que esa lectura es llanamente incoherente; utiliza 'p', simultáneamente, en posiciones que requieren cláusulas oracionales y en una posición que requiere un sustantivo. Por eso, para conseguir la generalidad que deseamos, subimos un escalón y hablamos de oraciones: "Toda *oración* de la *forma* 'p o no p' es *verdadera*".

Desde luego que se podría atribuir sentido a la otra lectura, la incoherente, si con eso se consiguiera algo. Se podría desdoblar las oraciones, haciendo de ellas también nombres propios, siempre que se precisara de qué son nombres. Y se podría proclamar que son nombres de proposiciones. En las páginas anteriores, cuando aún estábamos discutiendo acerca de las proposiciones, representé éstas como significaciones de oraciones, no como cosas nombradas por oraciones; pero también se puede proceder de este último modo y, de hecho, algunos autores han procedido así. Mientras no se acepte ese proceder, la letra 'p' no es una variable con un campo de objetos, sino meramente una letra esquemática de oraciones, simple hueco que indica una posición adecuada para que la ocupe alguna oración componente de alguna forma lógica o construcción gramatical. En cambio, en cuanto que se entienden las oraciones como nombres de proposiciones, la letra 'p' se convierte en una variable con un campo de variabilidad constituido por objetos que son proposiciones. Una vez hecho eso, podemos decir sin incoherencia 'p o no p para toda proposición p'.

Pero el expediente en cuestión tiene el inconveniente de restaurar las proposiciones, teniendo, como tenemos, razones para no desear su presencia. Además, la operación no aporta ningún beneficio perceptible, porque ya sabíamos antes cómo expresar generalizaciones de ese tipo sin necesidad de apelar

a proposiciones, sino subiendo un escalón para atribuir la verdad a oraciones. Esta ascensión a un plano de referencia lingüístico es una retirada respecto del mundo, pero sólo transitoria, pues la utilidad del predicado verdad consiste precisamente en borrar la referencia lingüística. El predicado verdad nos advierte que, pese a la ascensión semántica que nos hace hablar de oraciones, seguimos con la vista puesta en el mundo. Esta capacidad eliminadora que tiene el predicado verdad está explícita en el paradigma tarskiano:

'La nieve es blanca' es verdadera si y sólo si la nieve es blanca.

Las comillas [simples] son toda la diferencia que hay entre hablar de palabras y hablar de la nieve. Lo entrecomillado es nombre de una oración que contiene un nombre —'nieve'— de la nieve. Al llamar verdadera a la oración llamamos blanca a la nieve. El predicado verdad —o verdadero/a en las formas adjetivas más corrientes— es un procedimiento de desentrecomillado. Podemos afirmar la oración aislada sin más que emitirla, sin la ayuda de comillas [simples] ni del predicado verdad; pero si lo que deseamos es afirmar algún conjunto infinito de oraciones que sólo podemos delimitar hablando de oraciones, habrá que usar el predicado verdad. Lo necesitamos para restablecer el efecto de referencia objetiva siempre que, por causa de alguna generalización, hemos recurrido a ascensión semántica.

El paradigma de Tarski no se puede generalizar de un modo tal que admita la lectura

'p' es verdadera si y sólo si p,

porque al entrecomillar la letra esquemática oracional 'p' no se obtiene sino un nombre de la decimoctava letra del abecederio castellano, y no una generalidad acerca de oraciones. El predicado verdad en su uso general —o sea, adjuntable a una variable cuantificable del modo 'x es verdadero/a'— no se puede eliminar mediante ningún paradigma de uso fácil. Tarski ha mostrado que se puede eliminar mediante un rodeo, pero sólo si se dispone de un aparato potente. En el capítulo 3 veremos cómo.

Marcas y oraciones eternas

Una vez visto de modo general que lo verdadero son las oraciones, hemos de apelar a ciertos afinamientos. Lo que más adecuadamente se puede considerar primariamente verdadero o falso no son las oraciones, sino los actos de emisión de oraciones, las emisiones de oraciones. Si una persona emite las palabras 'Está lloviendo' mientras llueve, o las palabras 'Tengo hambre' cuando la tiene, su acto verbal se considera verdadero. Es obvio que una emisión de cierta oración puede ser verdadera y otra emisión de la misma oración puede ser falsa.

También hablamos a menudo, de un modo derivado, de la verdad o falsedad de inscripciones, que son como emisiones gráficas. Del mismo modo que una oración es susceptible de emisiones verdaderas y falsas, así también lo es de inscripciones verdaderas y falsas. Una inscripción de la oración 'Me debes diez dólares', puede ser verdadera o falsa según quién la escriba a quién la dirija y en qué momento.

Aún más derivativo es hablar directamente de las oraciones como verdaderas o falsas. Este uso funciona perfectamente cuando se trata de oraciones *eternas*, oraciones que son eternamente verdaderas o eternamente falsas con independencia de toda circunstancia especial en que se enuncien o se inscriban. Bajo el rótulo de oraciones eternas se piensa ante todo en las de la aritmética, porque el tiempo y el lugar son del todo indiferentes para el tema de la aritmética. Luego se piensa en las leyes de la física, pues éstas, aunque se ocupan del mundo material de un modo ajeno a las leyes del puro número, se entienden válidas para todo tiempo y lugar. Pero la verdad es que la conducta común de las oraciones eternas no resulta tan augusta como lo sugieren su nombre y esos ejemplos. Es posible conseguir una oración eterna tomando un enunciado factual de lo más intrascendente y rellenándolo con nombres propios y fechas al mismo tiempo que se elimina la temporalidad gramatical de sus verbos. Así, por ejemplo, de 'Está lloviendo' y 'Me debes diez dólares' se obtiene, respectivamente, las oraciones eternas 'Está lloviendo en Boston, Massachusetts, el 15 de julio de 1968' y 'Bernard J. Ortcutt debe a W. V. Quine diez dólares el 15 de julio de 1968'. 'Está lloviendo' y 'debe' se tienen que entender ahora atemporalmente.

De acuerdo con el léxico de Peirce, emisiones e inscripciones son *marcas* [*tokens*] de la oración o de otra expresión lingüística de que se trate; y esta expresión lingüística se llama *tipo* [*type*] de aquellas emisiones e inscripciones. De acuerdo con el léxico de Frege, verdad y falsedad son los dos *valores veritativos* [*Wahrheitswerte, truth values*]. Dicho, pues, compendiadamente: una oración eterna es una oración cuyas marcas tienen todas el mismo valor veritativo.

Se puede imaginar que, por una coincidencia poco común, una misma sucesión de sonidos o de caracteres sirva para decir '$2 < 5$' en una lengua y '$2 > 5$' en otra. Por lo tanto, al decir que '$2 < 5$' es una oración eterna hemos de sobrentender que la estamos considerando exclusivamente como oración de nuestra lengua y que sólo afirmamos la verdad de aquellas marcas suyas que son emisiones o inscripciones efectuadas en nuestra propia comunidad lingüística. Por lo demás, una coincidencia que no sería tan asombrosa podría hacer que una oración que era verdadera se convirtiera en falsa por causa de algún cambio semántico ocurrido en la continua evolución de nuestro propio lenguaje. También en este caso hemos de entender la discrepancia como diferencia entre dos lenguajes: nuestra lengua en una fecha y nuestra lengua en otra fecha. La sucesión de sonidos o caracteres de que se trate es y sigue siendo una oración eterna y verdadera en nuestra lengua de aquella primera fecha; lo único que pasa es que hace pluriempleo, y trabaja como falsedad en otro lenguaje, que es nuestra lengua moderna.

Por lo tanto, al llamar eterna a una oración lo hacemos estrictamente respecto de un lenguaje determinado y un tiempo determinado [2]. Precisamente por esa discutible relatividad tiene cierta ventaja teorética el asignar los valores veritativos a las marcas, porque en este caso no suele presentarse la problemática necesidad de elegir entre lenguajes o entre estadios históricos de un mismo lenguaje; aquí se trata sólo del lenguaje del emisor o inscriptor, que es sin más el de la época en que habla o escribe. Pero en la práctica resulta a veces conveniente hablar simplemente de valores veritativos de oraciones eternas, en-

[2] Esta es una cuestión que preocupó a L. J. COHEN, *The diversity of Meaning* [La pluralidad de la significación], London, Methuen, 1962, página 19.

tendiendo tácitamente que están relativizadas respecto de los hábitos lingüísticos presentes en nuestra comunidad.

Resumamos ahora nuestras conclusiones principales. Lo que más adecuadamente se puede considerar verdadero o falso no son proposiciones, sino marcas oracionales, o bien oraciones que sean eternas. El deseo de disponer de un vehículo no-lingüístico de la verdad (las proposiciones) nace de que no se nota que el predicado verdad tiene precisamente la función de reconciliar la mención de formas lingüísticas con el interés por el mundo objetivo. Esta necesidad de mencionar oraciones cuando lo que nos interesa son las cosas es una necesidad meramente técnica que se presenta cuando intentamos generalizar por una vía que no puede ser abierta por una variable.

Capítulo 2

GRAMATICA

Gramática por recursión

Hace un momento hemos registrado la ley 'Toda disyunción de una oración y su negación es verdadera'; se le llama ley de tercio excluso. Es una ley muy simple, pero también muy típica, de la lógica. A primera vista habla del lenguaje: de oraciones. Ya hemos visto por qué se formula con términos lingüísticos, a saber, porque sus casos o ejemplos difieren unos de otros de un modo diferente de la simple variación de referencia. El motivo de la ascensión semántica no es que los casos mismos —por ejemplo: 'Tomás es mortal o Tomás no es mortal'— sean de tema lingüístico, ni siquiera el que tengan ninguna deuda particular con el lenguaje por lo que hace a su verdad; se puede sostener perfectamente que este trivial asunto de que Tomás es mortal o no es mortal se debe a rasgos generales de la naturaleza en no menor medida que al modo como usamos las palabras. Por lo menos, es posible sostener eso si es previamente posible dar algún sentido a la cuestión; y en el capítulo 7 argüiré que eso no es fácil.

Ahora, en cambio, vamos a examinar un tema verdaderamente lingüístico, un tema que no sólo apela a términos lingüísticos, como lo hace la lógica, para expresar sus generalidades, sino que, además, se refiere al lenguaje incluso en los casos o ejemplos singulares de sus generalidades. Este tema es la gramática. Vale la pena observar el significativo hecho de que el predicado verdad, tan ampliamente usado en las generalidades lógicas para eliminar los efectos de la ascensión semántica y restaurar la referencia objetiva, no tiene lugar alguno en las generalidades gramaticales, al menos según la concepción clásica de éstas. La gramática es lingüística por su propia intención.

Voy a describir, por de pronto, la tarea de la gramática siguiendo sencillos criterios clásicos y posponiendo varias limitaciones o particularizaciones de lo que diga. Contemplemos al gramático como una persona que se enfrenta con una comunidad parlante provisto de una reducida lista de *fonemas*. Son éstos breves unidades verbales, análogos verbales de las letras. No se exige de ellos sino que todo lo que se dice en la comunidad en cuestión se pueda representar por una sucesión de fonemas, sin que una misma sucesión corresponda nunca a emisiones significativamente diferentes. Para mostrar que dos sonidos determinados, acústicamente distinguibles, son significativamente diferentes para un hablante y, por lo tanto, se tienen que registrar como fenómenos distintos, basta con hallar una emisión que provoque el asentimiento del hablante antes de sustituir un sonido por otro y su disentimiento una vez practicada la sustitución. Así, pues, la recolección de los fonemas de un lenguaje es un trabajo bastante puramente empírico. Lo consideraremos realizado en el momento en que el gramático entra en escena.

La pregunta inicial del gramático es entonces: ¿qué sucesiones de fonemas pertenecen al lenguaje? Esto es: ¿qué ristras de fonemas se emiten o se podrían emitir como discurso normal en esa comunidad? La tarea del gramático consiste en delimitar formalmente la clase de todas esas sucesiones de fonemas. ¿Qué quiere decir aquí formalmente? Quiere decir que el gramático se tiene que mantener dentro de una teoría puramente matemática de sucesiones finitas de fonemas. Más explícitamente: que no tiene que decir nada que no se pueda decir por medio de un vocabulario técnico en el cual, además de las partículas lógicas corrientes y el aparato auxiliar de matemática pura que se desee, no haya más que los nombres de los fonemas y un símbolo que signifique la concatenación de fonemas.

Ya la mera puesta en lista de las concatenaciones de fonemas sería formal, pero no bastaría, porque las concatenaciones de fonemas que se desea delimitar, aunque son de longitud finita, son, en cambio, infinitas en número. Por eso el gramático recurre a la recursión: precisa un *léxico* o lista de palabras, junto con varias *construcciones* gramaticales, pasos que llevan de expresiones constituyentes a expresiones compuestas constituidas. Su tarea consiste ahora en arbitrar ese léxico y las construcciones, de tal modo que pueda delimitar la clase buscada, la clase de todas las concatenaciones de fonemas que se puede enunciar en el discurso normal. Todas las concatenaciones de fonemas que se pueda obtener a partir del léxico por medio de la utilización reiterada de las construcciones tienen que poder presentarse en el discurso normal; y, recíprocamente, toda concatenación de fonemas que pueda presentarse en el discurso normal tiene que poderse obtener del léxico mediante las construcciones (o, por lo menos, tiene que ser fragmento de una concatenación obtenible globalmente del léxico mediante las construcciones).

Al analizar una expresión compleja de acuerdo con las construcciones implicadas obtenemos algo que parece un árbol invertido, o sea, una genealogía. La expresión compleja se encuentra en lo alto, en el comienzo del tronco. Debajo de ella, en el nivel más próximo a ella, se encuentran las «constituyentes inmediatas» —una, dos o más— de las que se obtuvo la expresión compleja por una sola aplicación de una sola construcción. Debajo de cada una de esas constituyentes se encuentran sus propias constituyentes inmediatas, y así sucesivamente hacia abajo. Cada rama del árbol termina hacia abajo en una palabra.

Chomsky ha sostenido que la gramática inglesa no queda satisfactoriamente recogida por sólo esos árboles de construcciones, sino que se necesita además transformaciones gramaticales. Algunos compuestos no se analizan satisfactoriamente sino oscilando entre árboles de construcción diferentes, y este movimiento lateral es el suministrado por las transformaciones gramaticales. Pero incluso de este modo ampliado, la gramática sigue realmente ateniéndose a la finalidad que hemos dicho de una delimitación formal, puesto que es posible precisar formalmente cada transformación necesaria para una gramática determinada. En cualquier caso, nuestra propia temática nos permite pasar por alto la cuestión de las transformaciones.

Pues éstas no son necesarias para las notaciones artificiales que se compone para fines de lógica, y, una vez pasadas las páginas que inmediatamente siguen, lo que nos va a ocupar es la gramática de esas notaciones artificiales.

Categorías

El léxico se clasifica en *categorías* gramaticales con objeto de facilitar la descripción de las construcciones. Es necesario poder precisar cómo es una construcción diciendo qué operación hay que practicar con toda expresión de tal o cual categoría; o acaso diciendo qué operación hay que practicar con todo par de expresiones tales que una sea de tal categoría y la otra de tal otra categoría. Y como las expresiones compuestas obtenidas por construcción tienen que ser utilizables como constituyentes en ulteriores construcciones, también hemos de precisar la categoría en que desemboca cada construcción.

Una construcción se precisa, pues, con este estilo: tómese cualesquiera expresiones pertenecientes respectivamente a tales o cuales categorías y combíneselas de tal o cual preciso modo; el resultado pertenecerá a tal o cual categoría. Por lo general el preciso modo de combinar las constituyentes se caracterizará por la inserción de una precisa partícula, como, por ejemplo, 'o', 'más', 'y', 'pero'. También hay construcciones que operan con una sola constituyente, en vez de combinar dos o más de ellas; un ejemplo es la negación, que consiste en anteponer a la constituyente la partícula 'no'.

Las construcciones sirven para añadir miembros complejos a las categorías, que al principio no contienen más que listas de palabras. Es incluso posible que una construcción dé origen a una nueva categoría sin miembros simples: por ejemplo, la clase de las oraciones. Una vez precisadas, las construcciones se aplican reiteradamente, engrosando las varias categorías *ad infinitum*.

Las categorías son lo que se solía llamar partes de la oración, aunque no tenemos por qué mantener las líneas tradicionales de separación. Una de nuestras categorías puede ser la categoría de los términos singulares o individuales. Otra la de las cópulas. Otra la de los verbos intransitivos. Otra la de los adjetivos. Y una de nuestras construcciones puede consistir en

aplicar 'no' a una cópula para obtener una cópula compleja. Otra puede consistir en anteponer una cópula a un adjetivo para conseguir un verbo intransitivo complejo: 'es mortal', 'no es mortal'. Otra puede consistir en concatenar un término singular con un verbo intransitivo, consiguiendo una oración: 'Tomás es mortal', 'Tomás no es mortal'. Otra en unir dos oraciones por medio de 'o', y obtener así otra oración: 'Tomás es mortal o Tomás no es mortal'. Lo que así nos dice indirectamente la gramática por medio de su léxico, de sus categorías y de sus construcciones no es que esa última oración, por ejemplo, sea verdadera, sino, simplemente, que es castellana.

La cuestión de cuáles son las clases a las que hay que otorgar el honroso nombre de categorías se resuelve según las construcciones que se vaya a precisar y según las distinciones categoriales que sean útiles para precisar dichas construcciones. En todo caso, puesto que tal es el uso de las categorías, se puede prever que dos miembros cualesquiera de una misma categoría tenderán a ser gramaticalmente intercambiables. Esto es: al poner uno de esos miembros en el lugar del otro en una oración correctamente construida del lenguaje de que se trate, puede ocurrir que la oración pase de ser verdadera a ser falsa, o viceversa, pero no que se transforme en un galimatías agramatical. Por utilizar una expresión escolástica que ha rejuvenecido Geach, diremos que los miembros de una misma categoría son intercambiables *salva congruitate*. Esta circunstancia sugiere una definición teorética de categoría gramatical que se puede aplicar uniformemente a cualesquiera lenguajes: la categoría a que pertenece una expresión dada es la clase de todas las expresiones que son intercambiables con ella *salva congruitate*. Husserl fue el que propuso esta noción de categoría.

Parece a primera vista que cualquier oración siga siendo gramatical si se sustituye en ella 'sendero' por 'camino'; pero la sustitución inversa convierte 'Yo camino' en un sinsentido. Por lo tanto, la sustituibilidad *salva congruitate* no es una relación simétrica. Los gramáticos han disimulado esa asimetría inventando distinciones; en el caso del ejemplo tratarán 'camino' como una de dos palabras, una de ellas sustantivo y la otra verbo, según que pueda ser sustituida *salva congruitate* por 'sendero' o no pueda serlo. Pero si entendemos sistemáticamente las palabras como concatenaciones de fonemas esa distinción es inadmisible. La respuesta más franca a la cuestión es que 'camino' pertenece a una categoría y 'sendero' a otra, puesto que su intercambiabilidad *salva congruitate* es incompleta. Y hasta aquí quedan resueltos los problemas.

Pero el criterio responde mal si se le siguen buscando las cosquillas. Si de verdad entendemos, por ejemplo, 'cómoda' como una concatenación de fonemas, ¿qué diremos de la casual presencia de 'moda' en 'cómoda'? No hay palabra que sea intercambiable *salva congruitate* con 'moda' si se tiene en cuenta esas presencias fortuitas. Por lo tanto, las categorías, entendidas del modo dicho, amenazan con salir a palabra por barba. ¿Es posible salvar la definición por el procedimiento de limitar la intercambiabilidad a posiciones en las cuales la palabra (a diferencia de lo que le ocurre a 'moda' en 'cómoda') sea una constituyente de una construcción gramatical? No, no es posible, porque al proceder así se comete círculo vicioso: la noción de construcción depende de la de categoría y, por lo tanto, no se puede usar al definir ésta.

Inmanencia y trascendencia

No hay, en teoría, necesidad alguna de contar con una definición de categoría gramatical que sea aplicable a todos los lenguajes. Para justificar esta afirmación vale la pena contraponer dos tipos de nociones lingüísticas: las que llamaré *inmanentes* y las que llamaré *trascendentes*. Es inmanente una noción definida para un lenguaje determinado; es trascendente una noción referida a los lenguajes en general.

Por ejemplo: nos interesa que tenga sentido, en el proceso del conocimiento de un determinado lenguaje, la pregunta de si una concatenación dada de fonemas pertenece o no a ese lenguaje. En general, nos interesa formular la tarea del gramático para *todo* lenguaje dado como una delimitación formal de las concatenaciones de fonemas que pertenecen a ese lenguaje. Esta formulación de la tarea del gramático requiere la *trascendente* noción de gramaticalidad, la noción trascendente de relación entre una concatenación de fonemas y el lenguaje al que pertenece. La noción trascendente no requiere por sí misma una ulterior formalidad; en el caso ideal se formularía con términos comportamentistas aplicables de antemano a cualquier lenguaje por precisar. Ya antes hemos visto una versión

vaga de esa formulación: una concatenación de fonemas pertenece al lenguaje de una determinada comunidad si puede ser usado en esa comunidad en el discurso normal. Voy a considerar ahora esa noción más críticamente.

Ejemplo extremo de la otra noción, la *inmanente*, es la de las palabras alemanas del tipo de *der*. Se trata de una clase de palabras caracterizadas por la exigencia de que el adjetivo que les sigue tenga lo que los gramáticos alemanes llaman «flexión débil». Sería una necedad preguntarse qué serán las palabras de la clase de *der* en otro lenguaje cualquiera no precisado. La clase a la que pertenece la palabra *der* se especifica en la gramática alemana formalmente, precisamente por simple enumeración y en un trabajo carente por sí mismo de interés, aunque de ayuda para la tarea importante de delimitar formalmente la clase completa de las concatenaciones de fonemas pertenecientes al alemán. La misma noción de flexión débil del adjetivo es inmanente; las flexiones débiles se pueden especificar en gramática alemana por simple enumeración; cuando trasplantamos el término 'flexión débil' a otro lenguaje lo hacemos porque notamos cierto parecido con el caso alemán; pero no hay que inferir grandes cosas de ese parecido. La relación entre los dos usos del término será poco más que mera homonimia.

Si partiéramos de alguna noción trascendente satisfactoria de gramaticalidad y definiéramos luego la noción de categoría gramatical simplemente por la intercambiabilidad *salva congruitate*, al modo de Husserl, también sería trascendente la noción de categoría gramatical. Pero hemos visto ya algún motivo para temer que las categorías así definidas serían demasiado estrechas para ser útiles. En cualquier caso, no es necesario imponer aquí la trascendencia. Al hacer la gramática de un lenguaje determinado delimitamos formalmente la clase de las concatenaciones de fonemas que pertenecen a ese lenguaje; y para obtener, con ese fin, una recursión, precisamos formalmente algunas clases particularmente útiles y algunas construcciones. Podemos llamar a esas clases categorías gramaticales, porque lo único que hacemos con eso es etiquetar cómodamente los respectivos conjuntos para los fines de nuestro trabajo gramatical en el lenguaje de que se trate; cuando usamos la misma frase a propósito de la gramática de otro lenguaje, nos basamos simplemente en el aludido parecido de familia, y nos abstenemos de inferir nada de él. Desde este punto de vista, no tiene sentido preguntarse cuáles serán las categorías gramaticales de tal o cual lenguaje desconocido; la noción de categoría gramatical resulta tan inmanente como la de la categoría a que pertenecen las palabras alemanas como *der*.

Del mismo modo se puede considerar inmanente la noción de construcción. Y lo mismo, por lo demás, ocurre con la noción de palabra, de *morfema*, por decirlo más técnicamente. A veces se define imprecisamente el morfema diciendo que es la unidad significativa más corta; esta definición (si tuviera sentido) haría trascendente, desde luego, a la noción de morfema. Pero ¿qué criterio permitiría considerar significativas concatenaciones de fonemas, si no se trata de oraciones enteras, o acaso de unidades más largas? Y si se decide llamar significativo al morfema simplemente porque contribuye a la significación de una oración, entonces ¿por qué no llamar significativo a cada simple fonema? La noción de significación tiene ella misma demasiadas dificultades para poder ofrecer una definición de morfema. Aparte de lo cual, no nos hace falta ninguna definición trascendente. El corte de las divisiones en palabras o morfemas en una concatenación de fonemas no es más que un asunto de conveniencia general y de simplicidad de la delimitación recursiva por el gramático de la clase de todas las concatenaciones que pertenecen al lenguaje de que se trate. Lo que importa es saber qué es lo que resulta más económico enumerar al principio como elementos constructivos y qué considerar compuestos cortos por construcción.

También la de *léxico* resulta entonces noción inmanente, pues el léxico comprende simplemente las palabras, los morfemas asignados a las varias categorías. Algunas palabras, en efecto, no se asignan a categorías gramaticales, sino que se tratan como partes de las construcciones mismas; éste es el caso de dos palabras ya citadas: 'no' y 'o'. Volveré a tomar esta cuestión en la página 61.

Reconsideración del objetivo del gramático

¿Qué decir de la noción de oración? ¿Es trascendente? ¿Qué significa, en general, decir de un encadenamiento de fonemas que es una oración del lenguaje de una comunidad dada? Con una interpretación de manga ancha eso puede significar

que la cadena en cuestión no sólo pertenece al lenguaje (o sea, no sólo puede ser emitida en el discurso normal), sino que, además, puede ser emitida entre silencios normales, no impuestos. Esta noción de oración es sin duda trascendente. Pero no es necesaria para la tarea del gramático. El gramático, con objeto de delimitar la clase de los encadenamientos gramaticales, de las concatenaciones que pueden presentarse normalmente en un lenguaje dado, puede ayudarse especificando una cosa llamada categoría gramatical consistente en cosas llamadas oraciones, pero la especificación que practique será normalmente inmanente; entre la categoría así llamada (oraciones) en un lenguaje y la llamada del mismo modo en otro lenguaje no tiene por qué haber más que un aire de familia, del que no se puede inferir nada. En el caso típico la categoría oración aparecerá en el penúltimo paso de la gramática formal; y luego, en el último paso, se identificará la clase de las concatenaciones gramaticales con la clase de todos los fragmentos de concatenaciones de oraciones. La noción trascendente de gramaticalidad aparece muy oportunamente aquí en la cima, para que el gramático pueda decir qué es lo que está buscando.

El carácter formal no es decisivo para la noción trascendente de gramaticalidad. Sí que lo son la claridad y la inteligibilidad. ¿Qué decir, a este respecto, de nuestra formulación experimental «concatenación que se puede presentar en el discurso normal»? Esa formulación recurre a la disposición lingüística, diferenciada del comportamiento lingüístico efectivo; eso no es grave, porque la mención de disposiciones se tiene que admitir aquí como en cualquier otra ciencia. El comportamiento es evidencia de la disposición; la disposición es una condición interna hipotética que contribuye a producir la conducta. Es posible que esas condiciones internas se vayan entendiendo cada vez más a medida que avance la neurología.

De todos modos, resulta demasiado vago hablar de algo «que se puede presentar en el discurso normal». La vaguedad no se puede imputar al idioma disposicional mismo: no se debe tanto al 'puede' cuanto al 'normal', o a la combinación de ambos. La dificultad suscitada por esta vaguedad ha sido intensamente iluminada por los ejemplos de sinsentidos forjados por los filósofos: el «cuadruplicidad bebe retraso» de Russell, o el «este guijarro está pensando en Viena», de Carnap. Algunos llegamos incluso a considerar esas oraciones falsas, no sinsentidos; pero incluso los que las llaman sinsentidos pueden considerarlas gramaticales. ¿Habrá que decir entonces que se pueden presentar en el discurso normal? Habremos de sospechar, caso de respuesta afirmativa, que la noción de normalidad —en el sentido en que aquí nos interesa— se basa en la de gramaticalidad, en vez de fundamentarla.

Es un hecho que el gramático explota la vaguedad de la noción trascendente de gramaticalidad y la recorta para adecuarla a las conveniencias de la delimitación formal que haya practicado. El gramático modela su recursión de tal modo que ésta recoja prácticamente todo lo que efectivamente oye en la comunidad lingüística; excrecencias como los ejemplos de Russell y de Carnap pueden entonces ocupar un lugar por la sencilla razón de que el excluirlas complicaría la recursión.

No podemos, pues, esperar en un plazo breve una formulación del objetivo del gramático por medio de una noción trascendente y satisfactoria de gramaticalidad. Más bien ocurre que el objetivo del gramático queda parcialmente definido por los avances que consigue hacia él. O, para dejar de acumular acertijos: el objetivo del gramático no es más que delimitar formalmente, de un modo aceptablemente sencillo y natural, una clase de concatenaciones de fonemas que incluya prácticamente todas las emisiones observadas y excluya en la mayor medida posible lo que no se oirá nunca. El gramático no recogerá siquiera *todas* las emisiones que observe: por mor de la simplicidad de su delimitación formal descartará unas cuantas emisiones declarándolas descuidos y errores. Esta modesta formulación del vago objetivo del gramático es prácticamente lo más que puede hacer en el plano trascendente; y la noción trascendente más notable a que recurre es la de emisión observada.

Gramática lógica

Dejamos de buscar una definición teórica del trabajo del gramático y pasamos a considerar más atentamente el análisis gramatical en un contexto más limitado, a saber, en su aplicación a las notaciones de la lógica simbólica. Gracias a su artificialidad, estas notaciones se contentan con una gramática gratamente sencilla. Basta con el léxico y las construcciones, y no hay necesidad de transformaciones. Además, es posible delimitar las categorías gramaticales sobre la estricta base de la intercambiabilidad *salva congruitate;* desaparecen las complicaciones que son las ambigüedades o las presencias fortuitas, como la de 'moda' en 'cómoda'.

La forma artificial de notación predominante en la moderna teoría lógica cuenta con una gramática basada en las categorías siguientes. La categoría de los predicados monádicos, predicados de un solo lugar, o verbos intransitivos; la categoría de los predicados diádicos, o verbos transitivos; tal vez también la categoría de los predicados triádicos, y así sucesivamente. Además de esas categorías de predicados hay una categoría infinita de variables, 'x', 'y', 'z', 'x'', 'y'', 'z'', 'x''', etc. El acento aplicado a 'x' para formar 'x'' y a 'x'' para formar 'x''' no indica ninguna relación, sino que sirve sólo para aumentar el número de variables disponibles.

El léxico de un lenguaje es un conjunto finito, puesto que el gramático lo presenta en forma de lista. Los predicados se pueden presentar así. Pero por lo que hace a la categoría infinita de las variables, hemos de contemplarla como un conjunto producido a partir de un léxico finito mediante la iteración de una construcción. Las variables presentes en el léxico no son más que las letras 'x', 'y', 'z', y la construcción es la *acentuación*, aplicación de un solo acento en cada construcción. Por tanto, la variable 'x'' es gramaticalmente compuesta.

El resto de la gramática consiste en otras construcciones gramaticales más. Una de ellas es la *predicación* de un predicado monádico. Consiste en enlazar un predicado así, por ejemplo, el verbo 'anda', con una variable, para formar la oración 'x anda'. El resultado es una oración *atómica*, en el sentido de que no contiene ninguna oración subordinada. Es, además, una oración *abierta*, por causa de la variable. Es verdadera *para* ciertos valores de la variable —los que andan— y falsa para otros; pero ella misma no es ni verdadera ni falsa; así son las oraciones abiertas.

Otra construcción es la predicación de un predicado diádico. Consiste en enlazar un predicado así, por ejemplo, el verbo transitivo 'ama a', con dos variables, para formar —también en este caso— una oración atómica abierta: 'x ama a y'. También puede haber predicación de un predicado triádico, etc. Todas estas construcciones de predicación enlazan predicados con una o más variables para producir miembros de una nueva categoría, que es la de las oraciones. Es una categoría que contiene sólo expresiones compuestas; pues la oración, aunque sea atómica, es un compuesto de un predicado y una o más variables.

Las construcciones restantes son construcciones de oraciones con oraciones. Una de ellas es la *negación*, que consiste en prefijar el símbolo '$\sim$', o 'no' a una oración para formar otra oración. Otra es la *conyunción* en el sentido lógico de la palabra. Consiste en enlazar dos oraciones mediante la partícula 'y', o mediante un punto, en la notación simbólica, para producir una oración compuesta.

Hay, por último, una tercera construcción basada en oraciones, a saber, la *cuantificación existencial.* Se aplica a una oración abierta y a una variable y produce una oración. La variable, la letra 'x', por ejemplo, se introduce en un llamado cuantificador de la forma '$(\exists x)$', y este cuantificador se antepone a la oración abierta del modo siguiente: '$(\exists x)$ (x anda)'. La oración resultante dice que hay algo que anda.

Tal es integralmente la gramática lógica que deseaba presentar. Lo único que le falta es la lista de predicados. Esta lista podría contener los predicados monádicos 'anda', 'es blanco/a', los predicados diádicos 'ama a', '$<$', 'es más pesado que', 'es divisible por', etc. El lógico no tiene interés por completar el léxico, pues éste es indiferente para la estructura del lenguaje.

Expedientes redundantes

Pero parece que haya omitido no sólo el léxico de los predicados, sino también construcciones de carácter lógico. Una de ellas es la *disyunción*, construcción que enlaza dos oraciones mediante la partícula 'o' para formar una oración compleja. Esta construcción es útil en la práctica, pero superflua en la teoría. Todo estudiante de lógica sabe cómo parafrasearla utilizando sólo la negación y la conyunción. Con cualesquiera oraciones constituyentes en las posiciones de las letras 'p' y 'q', podemos parafrasear 'p o q' diciendo '$\sim(\sim p \,.\, \sim q)$'.

Otra construcción importante de carácter lógico es el *condicional.* Esta construcción produce una oración compuesta a partir de dos oraciones constituyentes mediante la aplicación de la

partícula 'si': 'si p, q'. No siempre está claro el sentido de esta construcción, pese a ser corriente. 'Si Flora escribe más deprisa que Amata, Flora escribe en verdad deprisa'; 'Si Flora escribe más deprisa que Amata, Amata escribe'. Por regla general, la fuerza de un condicional queda indeterminada, como no sea por referencia a los fines de algún contexto más amplio. El condicional tiene también otros usos claros y que no dependen del contexto, pero estos usos se pueden formular sin más que la negación, la conyunción y la cuantificación existencial. Por ejemplo, la oración 'si un animal tiene corazón, tiene riñones' se puede parafrasear adecuadamente así:

$$\sim (\exists x)\,(x \text{ es un animal} \,.\, x \text{ tiene corazón} \,.\, \sim (x \text{ tiene riñones})).$$

A menudo el objetivo del condicional 'si p, q' se puede alcanzar simplemente mediante la negación y la conyunción: $\sim(p \,.\, \sim q)$; éste es el que se llama *condicional material.*

Junto con el condicional se tiene el *bicondicional,* formado con la partícula polisilábica 'si y sólo si'. Esta construcción no trae nada nuevo a nuestra problemática, porque se puede expresar por medio de la conyunción y el condicional: 'si p, q . si q, p'. En particular, el *bicondicional material* resulta ser '$\sim (p \,.\, \sim q) \,.\, \sim (q \,.\, \sim p)$'. Usaré para indicarlo la corriente abreviatura '$p \equiv q$'.

Como es obvio, los valores veritativos de las negaciones, las conyunciones, las disyunciones y los condicionales y los bicondicionales materiales están determinados por los valores veritativos de las oraciones constituyentes. Por eso estas construcciones y otras que comparten con ellas ese rasgo se llaman *funciones veritativas.* Es sabido —y fácil de mostrar— que todas las funciones veritativas se pueden parafrasear con sólo la negación y la conyunción.

Hay que registrar cuidadosamente el papel de las letras esquemáticas 'p' y 'q' en las explicaciones que acabamos de dar. Esas letras no pertenecen al *lenguaje-objeto* —al lenguaje que he estado exponiendo con su ayuda—, sino que sirven diagramáticamente para señalar posiciones en que se tiene que imaginar puestas oraciones del lenguaje-objeto. Análogamente, la notación esquemática 'Fx' se puede adoptar útilmente para el uso diagramático de señalar la posición de una oración cuando nos interesa llamar la atención sobre el hecho de que en esa oración hay una variable 'x' *libre*, no cuantificada. De modo parecido escribimos esquemáticamente, pintamos esquemáticamente la forma de la cuantificación existencial así: '$(\exists x)Fx$'. La letra esquemática 'F', al igual que 'p' y que 'q', no pertenece al lenguaje-objeto.

He explicado por qué omito de nuestra lista de construcciones la disyunción, el condicional y el bicondicional. Cosa parecida se puede decir de la *cuantificación universal*: $(x)Fx$. La oración abierta situada en la posición de 'Fx' es satisfecha o cumplida por todo objeto x. Esa es la fuerza de '$(x)Fx$'. La cuantificación universal es frecuentísima en la práctica lógica, pero es superflua en la teoría, porque, obviamente, '$(x)Fx$' monta tanto como '$\sim(\exists x) \sim Fx$'.

También me he desprendido de otro cairel más: la admisión de distintas categorías de variables con tipos distintos de objetos como campos de variabilidad. Se trata de una mera conveniencia, como en los demás casos, sólo útil para la práctica y redundante en la teoría. En vez de admitir variables de nuevo estilo, 'α', 'β', etc., que tengan como campo de variabilidad una nueva clase, K, de objetos, podemos dar como campo de variabilidad a las viejas variables los viejos objetos y los nuevos objetos sin discriminación alguna, y adoptar un nuevo predicado, 'K', para precisar, si lo deseamos, los nuevos objetos. Así podremos escribir, en vez de la expresión '$(\exists\alpha)F\alpha$', que daría, por ejemplo, el nuevo estilo de cuantificación, la expresión '$(\exists x)(Kx \, . \, Fx)$', que pertenece al viejo estilo.

Nombres propios y functores

El más brillante cairel entre los omitidos es el *nombre propio*. Pero también él es pura conveniencia práctica y estricta redundancia teórica, por lo siguiente. Sea 'a' un nombre propio y 'Fa' una oración cualquiera que lo contenga. Es claro que 'Fa' equivale a '$(\exists x)(a = x \, . \, Fx)$'. Esta consideración nos permite ver que 'a' no tiene por qué presentarse salvo en el contexto '$a =$ '. Pero nos es perfectamente posible decir siempre '$a =$ ' como un predicado simple 'A', y así abandonamos el nombre propio 'a'. De este modo 'Fa' desaparece en favor de '$(\exists x)(Ax \, . \, Fx)$', expresión en la cual el predicado 'A' no es verdadero más que del objeto a.

Se puede objetar a eso que tal paráfrasis nos deja sin la seguridad de unicidad que el nombre propio suministraba. Pues se entiende que el nombre propio no se aplica más que a un objeto, mientras que el predicado 'A' no presupone esa condición. Pero esa pérdida no es ninguna pérdida, porque, si lo deseamos, podemos estipular mediante otras oraciones más que 'A' no es verdadero más que de una sola cosa, y que lo es de ella:

$$(\exists x)Ax, \qquad \sim(\exists x)(\exists y)(Ax \, . \, Ay \, . \sim(x = y)).$$

(El signo de identidad '$=$' se contaría como uno de los predicados simples del lenguaje o se parafrasearía con ellos.)

La notación sin nombres propios sigue, de todos modos, siendo capaz de hablar de a y de otros objetos, puesto que éstos son los valores de las variables cuantificadas. También es posible precisar unívocamente un objeto por el procedimiento de presentar una oración abierta (de una sola variable) que sea satisfecha exclusivamente por ese objeto. Una oración así es 'Ax' para el objeto a. Y es posible también restaurar los mismos nombres —a título de redundancia conveniente— por medio de una convención de abreviatura. Esta convención sería simplemente la operación inversa de aquella por la cual acabamos de eliminar los nombres propios. Cualquier predicación, como 'Fa', que contuviera el nombre 'a' quedaría así explicada como abreviatura de la cuantificación '$(\exists x)(Ax \, . \, Fx)$'. Esta es de hecho, en alguna medida, la idea subyacente a la teoría russelliana de las descripciones singulares o determinadas.

En el sistema redundante que no prescinde de los nombres propios hay, pues, dos categorías de términos singulares: las variables y los nombres propios. Hay que considerarlas dos categorías porque los nombres propios no se pueden poner en cuantificadores. Así reaparece en este dispositivo artificial la asimetría antes ilustrada mediante 'camino' y 'sendero': se puede sustituir un nombre propio por una variable *salva congruitate*, pero no siempre es posible hacer lo inverso.

El uso de nombres propios es práctico, como lo es el de los cuantificadores universales y el de los signos innecesarios de funciones veritativas. En la práctica los usamos; y aun usamos algo más: los *functores* *. Un functor monádico, como 'el

* Aunque en esta traducción he admitido buen número de usos de

cuadrado de', o 'el padre de', se enlaza con un término singular y da otro término singular. Un functor diádico, como '+', enlaza dos términos singulares y da un término singular. Cosa análoga ocurre con los functores triádicos y los de más lugares. Tampoco los functores son más que redundancias útiles por lo que abrevian las expresiones; es posible prescindir de todos ellos mediante predicados adecuados, aplicando una generalización del método con el cual hemos eliminado los nombres propios.

Los functores originan términos singulares complejos. Estos pertenecen a la misma categoría que los nombres propios, la categoría de los términos singulares que no son variables. Los términos singulares complejos pueden contener variables; pero hay un rasgo que distingue a las variables de todos esos otros términos singulares, y es que las variables pueden presentarse en cuantificadores.

Podemos llamar *normados* [*standard*], siguiendo a Tarski, a los lenguajes artificiales de las formas que hemos estado considerando. Se usa el término de lenguajes normados para los que admiten nombres propios, términos singulares complejos, functores y los demás expedientes de menor importancia últimamente mencionados, y se usa también para los que prescinden de todas estas notaciones redundantes. Estos últimos, los lenguajes normados del tipo más simple y parco, no se diferencian unos de otros más que por sus vocabularios de predicados. Comparten los demás elementos: variables, predicación, negación, conyunción y cuantificación existencial.

Léxico, partícula, nombre propio

El esquema gramatical de categoría y construcción suscita una distinción, corriente en lingüística, entre dos clases de vocabulario: el léxico y las partículas. No se trata de una distinción

otros autores castellanos que han escrito lógica o de lógica, con objeto de facilitar la normación del léxico lógico de nuestra lengua, y he alterado en alguna medida el léxico de escritos de lógica o traducciones de textos lógicos que he publicado en otra época, no consigo aceptar la crítica, que en alguna ocasión se me ha dirigido, por el uso de 'functor'. Se me ha dicho que el sonido /k/ de ese término es impronunciable por los castellanos. Pero yo creo que los castellanos lo pronunciamos sin dificultad, como el /k/ de 'inspección', y que la dificultad fonética aducida es dialectal, propia a lo sumo del castellano meridional, quizá de Madrid para abajo.

nueva: impera desde antiguo en la ortografía japonesa, la cual utiliza un silabario nipón especial para las partículas (y otro para los préstamos verbales europeos), pero mantiene los caracteres chinos para el léxico.

La distinción consiste en lo siguiente: las palabras clasificadas en las categorías integran el léxico, y las palabras o los signos no clasificados en las categorías, sino manejados sólo como partes de construcciones determinadas, son las partículas. En el marco de nuestra notación lógica, por ejemplo, es una partícula el signo '$\sim$', cuya prefixión constituye la construcción negación; también lo es el punto, cuya interposición constituye la construcción conyunción; y el acento, cuya aplicación constituye la construcción acentuación, que produce variables; y el signo '$\exists$', de la construcción cuantificación; también son partículas los paréntesis que se usan en la construcción cuantificación y a veces también para separar o puntuar, en la negación y en la conyunción.

La distinción entre léxico y partículas es todavía más venerable en Occidente que en Oriente. Se puede equiparar con la distinción escolástica entre términos categoremáticos y términos sincategoremáticos. La distinción procede la la Antigüedad, incluso terminológicamente [1]. Y está relacionada con las proposiciones categóricas de la lógica del silogismo: los términos de una proposición categórica son categoremas.

Esta terminología nos parece hoy curiosamente adecuada, dada la moderna noción de categoría: pues las expresiones categoremáticas son los miembros de las categorías. Pero la teoría de las categorías gramaticales, el léxico y las construcciones no cae en esa ilusión arqueológica. La definición de 'categoremático/a' no puede sino cojear tanto como la de 'significativo por sí mismo'. De todos modos, nuestra noción de léxico, nuestra noción de lo-que-entra-en-las-categorías-gramaticales, parece recoger la intuición de la lógica silogística.

Quede claro que pertenecer al léxico no quiere decir lo mismo que ser un nombre propio. Algunos escolásticos y algunos filósofos modernos parecen identificar la distinción entre categoremas y sincategoremas con la distinción entre nombres (propios) y otras palabras; es fácil comprender por qué: esos filósofos

[1] V. NORMAN KRETZMAN, «Syncategorematic», *The Encyclopedia of Philosophy*, New York, Macmillan, 1967, VII, pág. 373.

habrán procedido previamente a presentar los predicados como nombres de atributos. Por este camino se puede alterar la terminología, de modo que, por ejemplo, un filósofo que desee negar que los predicados sean nombres (de atributos) puede acabar expresándose diciendo que son sincategoremas.

Los viejos términos 'sincategorema' y 'categorema', junto con los adjetivos correspondientes, son una mera curiosidad histórica de la que voy a prescindir. En cambio, necesito insistir en lo que he dicho hace un momento, porque afecta directamente a nuestra presente tarea: pertenecer al léxico no es lo mismo que ser un nombre propio. Considerar que los predicados pertenecen al léxico no es tomarlos como nombres propios y postular, consiguientemente, atributos de los que aquéllos fueran nombres. Lo que caracteriza a un nombre propio es que puede estar coherentemente en el lugar de una variable en la predicación y arrojar resultados verdaderos cuando se usa para ejemplificar o singularizar cuantificaciones universales verdaderas. Los predicados no son nombres propios; son las partes de la predicación que no son nombres propios. Predicados y términos singulares son lo unido por la predicación.

Para negar que los predicados sean nombres propios no necesito negar que haya atributos. Esta es otra cuestión. Podemos perfectamente admitir atributos, asignándolos al universo de los objetos que son valores de nuestras variables cuantificables. También podemos darles nombres, si es que admitimos nombres propios en nuestro lenguaje; pero los nombres con los que los nombremos no serán predicados. Serán términos singulares, que se podrán poner en lugar de variables; serán términos singulares abstractos, como 'blancura' o 'pasear', no predicados como 'es blanco' o 'pasea'.

Hay autores que utilizan las llamadas variables predicativas en posiciones de predicado y en cuantificadores, y escriben cosas del tipo '$(\exists F)Fx$'. Los valores de esas variables son atributos; y, según esos autores, las constantes que se pueden poner en los lugares de esas variables predicativas son predicados, de modo que los predicados tienen además la función de ser nombres de atributos. Lo que tengo que objetar a eso es que este procedimiento, al no indicar gráficamente las diferencias, desdibuja y confunde las cuestiones de existencia y referencia. En todas las oraciones necesitamos predicados, independientemente de que haya o no haya atributos a los que refieran; y el predicado esquemático o vacío 'F' se necesita siempre didácticamente, sin pensar en que pueda ser una variable cuantificable que tome por valores atributos. Así, pues, si hemos de cuantificar sobre un campo de variabilidad formado por atributos y si hemos de referirnos a atributos, la claridad impone que se utilicen variables reconocibles para esas generalizaciones y nombres especiales para esas referencias, en vez de mezclar unas y otros con los predicados propiamente dichos.

El criterio del léxico

Ya he dicho por dos veces que la distinción entre léxico y partículas no es una distinción entre nombres propios y las demás palabras. Repasemos la cuestión y examinemos más atentamente qué es esa distinción. ¿Cómo resolvemos la cuestión de qué palabras hemos de clasificar en categorías —asignándolas así al léxico— y qué palabras hemos de absorber, como partículas, en las construcciones? Consideremos la oración negativa '$\sim(x$ pasea)' como perteneciente a nuestra gramática lógica. He incluido 'x' y 'pasea' en el léxico, y, en cambio, he dicho que '$\sim$' es una simple partícula que se presenta en la construcción negación. La oración entera está construida mediante la negación a partir de la oración constituyente 'x pasea', la cual está construida a su vez por predicación mediante las palabras del léxico 'x' y 'pasea'. ¿Por qué no tratar 'pasea' como partícula, igual que '$\sim$'? Esto equivaldría a prescindir de toda construcción general de predicación y a reconocer, en vez de esa construcción general, la construcción paseo con el mismo título que la construcción negación. Así entendida, 'x pasea' se obtiene de la palabra léxica 'x' mediante la construcción paseo, y '$\sim(x$ pasea)' se obtiene de 'x pasea' mediante la construcción negación. ¿Por qué habría que rechazar esto? O también, invirtiendo el punto de vista: ¿por qué no tratar a '$\sim$' como elemento léxico, igual que 'x' y que 'pasea'? En este caso reconoceríamos una construcción que, aplicada a la palabra léxica '$\sim$' y a la oración 'x pasea', arroja la oración '$\sim(x$ pasea)'. Y también se podría reconocer una construcción triádica que llevara directamente de tres elementos léxicos, '$\sim$', 'x' y 'pasea', a '$\sim(x$ pasea)'.

La elección entre esas alternativas de teoría gramatical gira en torno de consideraciones del tipo siguiente. Las expresiones complejas se acumulan *ad infinitum* por iteración de construcciones; y hemos de contar con categorías ampliables indefinidamente para recibirlas. Una razón para incluir una palabra en el léxico es que se incluya en una de esas grandes categorías por el hecho de ser intercambiable *salva congruitate* con las demás expresiones de esa categoría.

¿Qué hacer, entonces, con las palabras que no se incluyen así en grandes categorías? Cada una de esas palabras constituye casi una clase por sí misma: pocas otras son intercambiables con ella *salva congruitate*. Por eso, en vez de añadir a la lista de construcciones una que sea aplicable a esa palabra y a sus pocas compañeras —si es que tiene alguna—, preferimos entender simplemente la palabra misma como parte de una construcción. Tal es el estatuto de las partículas.

Empecemos por tomar las tres variables 'x', 'y', 'z'. Están incluidas en el léxico porque constituyen una categoría suficientemente práctica: las variables son en número infinito. Si nos bastaran las tres variables 'x', 'y' y 'z', sin necesidad de infinito séquito acentuado, eliminaríamos la categoría de las variables y destituiríamos éstas del estatuto de léxico pasándolas al de partículas. En vez de la construcción que era la predicación reconoceríamos entonces, consiguientemente, tres construcciones: la adjunción de 'x', la adjunción de 'y' y la adjunción de 'z'. En vez de la construcción que era la predicación de un predicado diádico reconoceríamos nueve construcciones: adjunción de 'xx', adjunción de 'xy', ..., y adjunción de 'zz'. En vez de la cuantificación existencial reconoceríamos tres construcciones: anteposición de '$(\exists x)$', anteposición de '$(\exists y)$' y anteposición de '$(\exists z)$'.

No he dicho qué concretos predicados han de presentarse en el lenguaje —si lo han de hacer 'pasea', 'es rojo', 'es más pesado que', 'es divisible por', etc.— porque esta cuestión es indiferente para la estructura lógica del lenguaje. Esta preconcebida indeterminación —que no infinitud— es la razón principal que tenemos para incluir los predicados en el léxico en vez de considerarlos partículas. Obsérvese, en efecto, que no he admitido ninguna construcción que produzca predicados. Se supone que la lista de los predicados es finita y fija, pero simplemente distinta para cada lenguaje concreto del tipo considerado. En cada uno de esos lenguajes, con su lista fija

de predicados, podemos rebajar a éstos al estatuto de partículas y reconocer una construcción característica correspondiente a cada uno de ellos, como hace poco lo hemos hecho con 'pasea'.

La determinación del acervo de predicados no es la única razón que tenemos para considerarlos léxicos. También es un motivo el deseo de dejar la puerta abierta a alguna construcción que produzca predicados, que engendre una infinitud de predicados complejos.

Vale la pena observar que si se decide admitir construcciones que produzcan predicados y si éstas se explotan radicalmente, se puede conseguir que algunas de esas construcciones cumplan la función de los cuantificadores y de las mismas variables. Hay una media docena de construcciones así que, usadas conjuntamente, nos permitirían prescindir de variables y de cuantificadores. Una de esas construcciones es la negación de un predicado; otra es la trasformación activa-pasiva que trasforma el predicado diádico 'ama a' en 'es amado por'; y cuatro más [2]. Pero se trata de una alternativa muy drástica a la gramática lógica corriente.

Tiempo, acaecimientos, adverbios

Destaca en nuestra gramática lógica normada el hecho de que no está afectada por las complicaciones del *tiempo verbal*, tan dominante en los lenguajes europeos. Al igual que la física moderna, la gramática lógica se sirve del mejor modo tratando el tiempo como una dimensión coordinada con las dimensiones espaciales; o, dicho de otro modo, tratando la fecha como un simple elemento determinable más, con el mismo título que la posición. De este modo se puede considerar los verbos como atemporales. Los predicados temporales, como el predicado diádico 'es anterior en el tiempo a', pertenecen al léxico, igual que los predicados de posición, de color o de cualquier otra cosa. Todos los detalles temporales que se desee incluir en una oración, sin disponer, como nos ocurre, de verbos con tiempos, se pueden añadir explícitamente del mismo modo que podemos añadir detalles de posición o de color.

[2] V. «Variables explained away» [Exposición eliminatoria de las variables], último de mis *Selected Logic Papers* [Escritos seleccionados de lógica], New York, Random House, 1966.

De este modo un cuerpo cualquiera se contempla según una visión de eternidad, como un todo cuatridimensional que se extiende hacia arriba y hacia abajo, hacia el Norte y hacia el Sur, hacia el Este y hacia el Oeste, y hacia antes y hacia después. Un cuerpo en disminución se contempla como menguante hacia el después; un cuerpo en crecimiento se contempla como menguante hacia el antes.

Más general y generosamente, podemos concebir un *objeto físico* simplemente como el contenido material completo cuatridimensional —por esporádico y heterogéneo que sea— de alguna porción del espacio-tiempo. Admitido esto, podemos llamar cuerpo al objeto físico que resulta bastante firme y coherente en su interioridad, mientras que presenta una coherencia escasa e irregular con su entorno espacio-temporal inmediato. Hay otros objetos físicos a los que resulta más natural llamar procesos, sucedidos, acaecimientos. Y otros que no sugieren epíteto propio alguno.

Esta visión cuatridimensional de las cosas es una ayuda para la física relativista, y es también una simplificación de la gramática, gracias a la disolución de la temporalidad verbal. Pero, además, esas dos caracterizaciones subestiman su importancia para la lógica. Piénsese en lo embarazoso que sería, de no contar con esa visión, el dar sentido a la aplicación de un predicado a algo que hubiera dejado de existir, o el dar sentido a la cuantificación sobre un campo de objetos que no hayan existido nunca juntos y a la reunión de tales objetos en conjuntos.

He subrayado que nuestra pequeña y parca gramática normada abarca potencialmente muchas cosas. El que carezca de tiempos verbales, y hasta de nombres propios y de términos singulares complejos, no la hace en absoluto inadecuada. Pero, de todos modos, tampoco puedo afirmar que sea adecuada para todos los fines del discurso cognoscitivo, o sea, que se pueda decir todo en un lenguaje que no comprenda más que esas construcciones, esas variables y un léxico finito de predicados.

Nos encontramos, por ejemplo, con la cuestión de los adverbios, suscitada por Davidson. Si todos los predicados tienen que ser simples, no puede haber ningún depósito de modificaciones adverbiales de los predicados para formar nuevos predicados. Así podríamos vernos movidos a liberalizar nuestra gramática con el reconocimiento de algunas nuevas construcciones productoras de predicados, capaces de engendrar predicados complejos en número infinito. De este modo podríamos admitir cualquier grupo finito y preciso de adverbios, cada uno de ellos como partícula característica de una determinada construcción productora de predicados. Pero hace falta más: es evidente que hace falta adverbios como tales —frases adverbiales— en número infinito y sin límite en cuanto a su complejidad. Esto exige categorías gramaticales de adverbios, y también construcciones para unir adverbios a predicados. Parece que una ampliación así sería genuina, no una simple extensión estilística de nuestra gramática lógica normada.

¿O acaso podemos conseguir todos esos objetivos adverbiales por otros procedimientos? Es posible que alcanzáramos todos esos fines adverbiales sin necesidad de reventar los límites de nuestra gramática normada si añadiéramos al léxico algunos nuevos predicados construidos con audacia y astucia, y algún nuevo y particularmente útil dominio de objetos a los campos de valores de las variables cuantificadas. En su exploración de esta posibilidad Davidson ha considerado que ese útil y nuevo dominio de objetos es el de los *acaecimientos*. Con ellos Davidson puede analizar 'x pasea rápidamente (en un momento u otro)' más o menos así: '$(\exists y)$ (y es un paseo de x . y es rápido)'. El perturbador adverbio 'rápidamente' ha cedido aquí su lugar al inocuo predicado 'es rápido'. El predicado monádico 'pasea', o, por mejor decir, el predicado diádico de pasear en un determinado momento, cede su lugar a otro predicado diádico que relaciona el acaecimiento paseo con el que pasea. Los valores interesantes de 'y' son acaecimientos.

Pero lo que no está claro es si nos bastan acaecimientos en el débil e inocente sentido dado al principio de esta sección a los objetos físicos. Porque si se construyen del modo dicho, no hay dos acaecimientos que tengan los mismos límites espacio-temporales. Y si hay que adoptar acaecimientos en otros sentidos que ése de objetos físicos, tendremos que enfrentarnos con el problema de su identificación. Ahora bien: no hay que olvidar que lo que nos opuso a las proposiciones en el capítulo 1 fue su inadecuada individualización o identificación.

Actitudes y modalidad

Prescindiendo de cuál sea el resultado de esa interesante empresa, nuestra gramática normada tiene que hacer frente a otros desafíos a su adecuación. Tenemos que recoger de algún modo los tenaces giros de *actitud proposicional*, como 'piensa que', 'cree que', 'desea que', 'aspira a que', etc. Estos giros hacen que las oraciones sean constituyentes de construcciones que no son ni funciones veritativas ni cuantificaciones.

Hay varios modos de organizar este material. Uno de ellos consiste en reconocer una construcción que construya un nombre propio partiendo de una oración mediante la anteposición de la partícula 'que'. Esto equivale a restaurar la categoría gramatical de los nombres. También suscita la cuestión de qué son las cosas nombradas por las cláusulas de 'que'. ¿Las proposiciones cuya miseria evidenció el capítulo 1? También plantea el problema de subdividir la categoría de los predicados diádicos, porque algunos de ellos ('piensa', 'cree', 'desea', 'aspira a') se pueden aplicar a cláusulas de 'que', mientras que otros ('come', '>') no pueden serlo. Este último problema se puede eliminar fácilmente por el procedimiento de considerar trivialmente falsas, y no sinsentidos, las oraciones de la forma 'x come que p' y '$x >$ que p'. Dicho sea de paso, este expediente es un ejemplo de lo que se dijo antes, en este mismo capítulo, a propósito de 'Cuadruplicidad bebe retraso' y 'Este guijarro está pensando en Viena'; es un ejemplo, en efecto, de cómo se puede simplificar gramaticalmente las cosas entendiendo la gramaticalidad en sentido amplio. Al considerar gramatical la expresión 'x come que p' podemos contentarnos con una sola categoría de predicados diádicos, en vez de tener que contar con dos.

Ese es un modo de organizar la gramática de las actitudes proposicionales: reconocer una construcción que construya un término singular con una oración anteponiendo a ésta la partícula 'que'. Hay otro procedimiento, muy obvio, que consiste en reconocer, en vez de la dicha, una construcción que obtenga un predicado monádico a partir de uno diádico y de una oración, mediante la interposición de la partícula 'que'. Este procedimiento tiene la ventaja de que no acarrea el reconocimiento de nombres de proposiciones. Pero no evita las proposiciones mismas, o como se quiera llamar a los presuntos objetos de las

actitudes proposicionales; pues al tomar 'cree' y los demás como predicados diádicos, admite 'x cree y' y todo lo demás.

Otro procedimiento consiste en tratar 'cree que' y todo lo demás como miembros de una nueva categoría del léxico, la categoría de los *actitudinales*, y en reconocer luego una construcción que componga un predicado monádico como, por ejemplo, 'cree que Darwin se equivocó', por concatenación del actitudinal 'cree que' con la oración 'Darwin se equivocó'. Según este análisis, 'piensa', 'cree', etc., no se clasifican junto con 'come' y '>': simplemente, no son predicados; y no hacen falta ya objetos para las actitudes proposicionales. Pero eso tiene su precio: ya no se podrá decir 'x cree y', etc., con 'y' cuantificable. Ya no se podrá decir que hay algo creído por x.

Además del problema de los giros de actitud proposicional hay que contar con el de los giros de *modalidad*: 'necesariamente', 'posiblemente'. También estos giros hacen que las oraciones sean constituyentes de construcciones que no son ni funciones veritativas ni cuantificaciones. Para recogerlos podemos reconocer una construcción necesidad que forme una oración a partir de otra oración anteponiendo a ésta la partícula 'necesariamente'. 'Posiblemente' se puede contemplar entonces como la concatenación de tres partículas indicativas de tres construcciones monádicas sucesivas: 'no necesariamente no'

Los giros actitudinales y modales son notoriamente oscuros desde el punto de vista lógico y filosófico. Ya en el capítulo 1 se aludió a su falta de claridad; pero ésta resulta ahora mucho más miserable que lo que entonces pareció. En los contextos de este tipo se pueden presentar dificultades al sustituir uno de los miembros de un enunciado de identidad verdadero por el otro. Así la oración

Tomás piensa que Tulio escribió el *Ars Magna*

puede ser verdadera y, sin embargo, convertirse en falsa al escribir, en vez de 'Tulio', 'Cicerón', pese a que de hecho Tulio = Cicerón. Consiguientemente, se plantearán dificultades en cuanto al uso de una variable neutra de cuantificación en esas posiciones:

Tomás cree que x escribió el *Ars Magna*.

Para que esa oración abierta pudiera ser verdadera o falsa respecto de una persona x según cuál sea el nombre con que nos refiramos a ella, tendría que estar garantizado primero que tuviera sentido en cuanto oración abierta y cuantificable.

Las dificultades de la interpretación de oraciones abiertas y de sus cuantificaciones afectan a los contextos modales igual que a los giros de actitud proposicional. Pero, por otra parte, todos esos giros son huera charlatanería si no los cuantificamos nunca. Los esfuerzos por salir de esta situación desembocan siempre en consideraciones sobre esencias y existencias y semejantes distinciones crepusculares, o bien en un complicado aparato gramatical superior que he de abstenerme de desarrollar aquí.

Tal vez esté justificado sostener que no es definitiva la formulación de ninguna parte de la ciencia mientras utilice giros actitudinales-proposicionales o modales. Pero esa afirmación es más modesta que la pretensión de que nuestra gramática lógica normada sea una gramática suficiente para la ciencia. Es posible que los usos plausibles de las modalidades se puedan cubrir por vías más claras y ya conocidas; pero no se puede decir lo mismo respecto de los giros de actitud proposicional: éstos tienen usos de los que no es fácil eliminarlos. Propongámonos conseguir, por todos los medios a nuestro alcance, procedimientos más claros que sean adecuados para obtener los mismos resultados; pero, mientras no los hallemos, no podemos estar seguros de que esos nuevos expedientes, una vez encontrados, encajen en la elegante gramática que venimos llamando normada.

Capítulo 3
VERDAD

Verdad y satisfacción

Tanto los lógicos cuanto los gramáticos hablan habitualmente de oraciones. Pero hemos visto la diferencia entre los dos usos del término: el lógico no habla de oraciones más que cuando no tiene más remedio que recurrir a ello con objeto de conseguir generalidad en una dimensión que no puede abrirse mediante simple cuantificación sobre un campo de objetos. En estos casos cuenta con el predicado verdad para conservarle el contacto con el mundo, que es el objeto de su corazón.

Pero hay entre lógicos y gramáticos un vínculo todavía más firme que la común ocupación con oraciones. Tomemos, por ejemplo, la gramática artificial construida en el capítulo 2 para uso de la lógica. El interés que tiene para la lógica esa gramática consiste en que la lógica explora las condiciones de la verdad de las oraciones a la luz de la construcción gramatical de éstas. La lógica sube a la caza de la verdad por las ramas del árbol de la gramática.

En particular, la lógica de las funciones veritativas sale a cazar verdades a través de dos construcciones, la negación y la conyunción, que determinan los valores veritativos de las oraciones compuestas a partir de los de las constituyentes Queda implícito que, por iteración, todas las funciones veritativas reciben ese mismo tratamiento.

La lógica de las funciones veritativas queda asegurada si la lógica encuentra las condiciones veritativas a través de las construcciones gramaticales y si las funciones veritativas se encuentran entre esas construcciones. Recíprocamente, si la lógica ha de ocuparse centralmente de rastrear las condiciones de la verdad a través de las construcciones gramaticales, una gramática artificial arbitraria por los lógicos asignará inevitablemente a las funciones veritativas un lugar fundamental entre las construcciones. La gramática que nosotros, los lógicos, llamamos tendenciosamente *standard* [normada] es una gramática planeada con la exclusiva intención de dar con las condiciones veritativas. Intención sanísima.

Elegimos una gramática normada en la cual las oraciones simples se obtienen por predicación, y todas las demás oraciones se originan de aquéllas por negación, conyunción y cuantificación existencial. En esta gramática la predicación consiste siempre en adjuntar predicados a variables, no a nombres propios. Consiguientemente, todas las oraciones simples son oraciones *abiertas*, del tipo de 'x pasea' y '$x > y$'; son oraciones con variables libres. Por lo tanto, no son ni verdaderas ni falsas; son satisfechas o cumplidas por algunas cosas, pares de cosas, tríos de cosas, etc. La oración abierta 'x pasea' queda satisfecha por toda cosa que pasee y por ninguna otra. La oración abierta '$x > y$' queda satisfecha por todo par de números ordenados decrecientemente, y por ningún otro par de cosas.

Y así, ya en la parte más baja del árbol la búsqueda de las condiciones veritativas por la lógica tropieza con una complicación. El rasgo lógicamente interesante de la negación no consiste simplemente en que la negación construye oraciones cerradas verdaderas partiendo de oraciones cerradas falsas, y viceversa. Hemos de añadir a eso que la negación de una oración abierta de una sola variable queda satisfecha precisamente por las cosas que no satisfacían dicha oración; y que la negación de una oración abierta de dos variables queda satisfecha exactamente por los pares que no satisfacían aquella oración; y así sucesivamente.

Con lo cual me he puesto a hablar de pares. Los pares que

necesitamos son pares *ordenados*; esto es: hemos de distinguir entre el par $\langle x, y\rangle$ y el par $\langle y, x\rangle$, siempre que $x \neq y$. Pues hemos de poder decir que el par $\langle 3, 5\rangle$ satisface a '$x < y$', mientras que el par $\langle 5, 3\rangle$ no la satisface. La ley de los pares ordenados dice que si $\langle x, y\rangle = \langle z, w\rangle$, entonces $x = z$ e $y = w$. Aparte de ésa, las propiedades de los pares ordenados no nos interesan. Si se quiere precisar qué objetos son los pares ordenados, se puede zanjar la cuestión con entera libertad, siempre que se cumpla la ley enunciada. Hay un procedimiento muy conocido, perteneciente a la teoría de las clases finitas, de los conjuntos finitos. Para formar el par $\langle x, y\rangle$ se empieza por formar el conjunto $\{x, y\}$, cuyos miembros son x e y, y el conjunto $\{x\}$, cuyo único miembro es x. Luego se explica $\langle x, y\rangle$ diciendo que es el conjunto $\{\{x\}, \{x, y\}\}$, cuyos miembros son los conjuntos $\{x\}$ y $\{x, y\}$. Esta versión de $\langle x, y\rangle$ es muy artificial, pero eso no importa. Es simple y, por otra parte, resulta fácil demostrar que cumple la ley de los pares ordenados.

El hecho de construir así los pares ordenados no nos obliga a admitir que en el lenguaje normado en discusión —el *lenguaje-objeto*— los valores de las variables puedan ser conjuntos, ni tampoco pares ordenados en ningún sentido de la expresión. El uso que me propongo hacer de los pares ordenados cae todo él dentro del *metalenguaje*, dentro del lenguaje ordinario, no formalizado, en el que estoy describiendo y discutiendo el lenguaje-objeto. Cuando digo que el par $\langle 3, 5\rangle$ satisface la oración '$x < y$' lo único que supongo por el momento es que la oración '$x < y$' pertenece al lenguaje-objeto y que el dominio de objetos del lenguaje-objeto contiene los números 3 y 5; en modo alguno necesito suponer que ese campo o dominio de objetos contenga el par de dichos números, $\langle 3, 5\rangle$. El par pertenece al aparato con el que yo trabajo para estudiar el lenguaje-objeto, y con eso basta.

La satisfacción de oraciones abiertas de tres variables libres requiere tríos ordenados, $\langle x, y, z\rangle$, y así sucesivamente. Estos conjuntos ordenados están sometidos a una ley que es una ampliación obvia, para cada clase de ellos, de la ley de los pares ordenados. Cualquier definición de esos conjuntos ordenados se puede admitir si cumple su ley. Hay una vía fácil para definirlos (pero que sea fácil no quiere decir que sea de lo más manejable en el trabajo concreto), a saber: iterar el par ordenado. Así el conjunto ordenado de tres elementos, $\langle x, y, z\rangle$ se puede entender como si fuera el par ordenado $\langle\langle x, y\rangle, z\rangle$, y el de cuatro $\langle x, y, z, x'\rangle$ como si fuera el par $\langle\langle x, y, z\rangle, x'\rangle$, y así sucesivamente. Esta serie de conjuntos puede contar también con un primer miembro: el *individuo* $\langle x\rangle$, que se puede identificar con x mismo.

Satisfacción por sucesiones

Vamos a llamar colectivamente sucesiones a los individuos, pares, tríos, etc. Este término de sucesiones nos permitirá ser más breves y más genéricos al hablar de la satisfacción de oraciones, porque nos evitará la necesidad de considerar por separado cada número distinto de variables. Podremos decir que una sucesión satisface una oración si la oración resulta verdadera cuando se toma la primera cosa de la sucesión como valor de la variable 'x' de la oración, la segunda cosa de la sucesión como valor de la variable 'y' de la oración, y así sucesivamente, tomando siempre las variables según su orden alfabético: 'x', 'y', 'z', 'x'', etc.

Tomemos, por ejemplo, la oración abierta 'x conquistó y'. (Hablando con rigor, deberíamos entender el predicado 'conquistó' —con objeto de no complicar nuestra gramática lógica con tiempos verbales— de un modo atemporal: 'conquista en un momento dado'.) Esta oración abierta queda satisfecha por el par ordenado ⟨César, Galia⟩; pues 'x' e 'y' son, respectivamente, la primera y la segunda variable de nuestro alfabeto, y César y Galia son, respectivamente, la primera y la segunda cosa del par, y César conquistó la Galia.

Esta formulación admite que la longitud de la sucesión sea mayor que la del número de variables de la oración dada. Las cosas de la sucesión que corresponderían a variables no presentes en la oración quedan simplemente, sin efecto. Por ejemplo, la oración 'x conquistó y' queda satisfecha por la sucesión ⟨César, Galia, a⟩ para cualquier a; sólo los dos primeros lugares de la sucesión interesan para 'x conquistó y'.

Además, con esta convención resulta natural decir que una oración es simplemente *verdadera* si es verdadera para todos los valores de sus variables libres y, por lo tanto, satisfactible por cualquier sucesión. Así, por ejemplo, será verdadera '$x = x$'. La convención nos ahorrará tediosos desarrollos que serían, sin ella, necesarios en las páginas siguientes. Llamaremos *falsa* a una oración que sea falsa para todos los valores de sus variables libres.

Cuando una sucesión es demasiado corta para cubrir todas las variables de una oración se plantea un problema técnico. La reglamentación que zanja más cómodamente el problema es ésta: considerar que una sucesión satisface una oración si se puede conseguir que, repitiendo el último elemento de la sucesión, ésta satisfaga efectivamente a aquélla [1]. De este modo la oración '$x \leqq y$' queda satisfecha por la sucesión $\langle 1\rangle$, que es lo mismo que decir que queda satisfecha por 1; pues lo es por el par ordenado $\langle 1, 1\rangle$. Por otra parte, si se tiene en cuenta el párrafo anterior, se verá que también queda satisfecha por la sucesión $\langle 1, 1, y\rangle$, cualquiera que sea y.

La parquedad de nuestra gramática normada, que prescinde de nombres propios y de functores, es una gran ventaja mientras lo que nos interesa no es utilizar un lenguaje, sino hablar de él. En cambio, cuando se trata de usar un lenguaje, conviene que éste tenga nombres propios y functores. De modo que la austera parquedad dominará sólo en el lenguaje-objeto, de cuyas oraciones 'x pasea', '$x < y$', 'x conquistó y', etc., estoy hablando. Pero al hablar de esas austeras oraciones y de las sucesiones que las satisfacen utilizo tranquilamente nuestra lengua cotidiana, que renuncia cómodamente a tanta austeridad; por eso utilizo nombres propios, como 'César', 'Galia', y términos singulares compuestos, como '⟨César, Galia⟩'.

Pero a pesar de que el lenguaje-objeto carezca de nombres propios, no todas sus oraciones tienen variables libres. Las tienen las oraciones simples; el lenguaje-objeto no dispone de oraciones simples cerradas como 'César conquistó Galia'. Pero sí tiene oraciones complejas cerradas, como '$(\exists x)$ $(\exists y)$ (x conquistó y)'. Por eso tiene sentido preguntar qué sucesiones satisfacen una oración cerrada; pregunta que tiene una respuesta fácil. Del mismo modo que todas las cosas de una sucesión que no sean la primera y la segunda de ellas carecen de interés para 'x conquistó y', así también todas las cosas de una sucesión, absolutamente todas, carecen de interés para una oración que no tiene variables libres. De modo que una oración cerrada queda satisfecha por cualquier sucesión o no lo

[1] Respecto de esta cuestión estoy en deuda con George Boolos.

es por ninguna, según que sea una oración verdadera o una oración falsa.

Por lo demás, y gracias a la convención recientemente adoptada, esa observación se aplica también a las oraciones abiertas. Cualquier sucesión satisface a cualquier oración verdadera, y ninguna sucesión satisface a una oración falsa. Y así es fácil definir la *verdad* por la satisfacción: *verdad es satisfacción por toda sucesión.* La tarea se orienta, pues, hacia el concepto de satisfacción.

Ese trabajo al que ahora vamos a atender se debe a Tarski, salvo por lo que hace a unos pocos detalles secundarios. Lo facilitan nuestro nuevo aparato de sucesiones y las convenciones que lo acompañan. Volviendo a las funciones veritativas podemos decir de una vez para siempre que una sucesión satisface la negación de una oración dada si y sólo si no satisface la oración dada. Análogamente, una sucesión satisface una conyunción si y sólo si satisface cada una de las dos oraciones constituyentes. Ahora ya podemos hablar así sin tener en cuenta la longitud de las sucesiones ni el número de variables libres que tengan —si alguna tienen— las oraciones.

El recurso al orden alfabético de las variables produce cierta sensación de artificialidad y arbitrariedad, pues eso suscita una diferencia aparentemente gratuita entre las oraciones abiertas 'x conquistó y' e 'y conquistó z'; ⟨César, Galia⟩ satisface la una y no satisface la otra, según nuestra regla sobre el orden alfabético de las variables. ¿No sería mejor recurrir no al orden alfabético de las variables, sino al de su aparición (por vez primera) en la oración? De este modo ⟨César, Galia⟩ satisfaría a 'y conquistó z' igual que a 'x conquistó y'.

Pero entonces entra en escena la conyunción y aclara las cosas. De acuerdo con la convención alfabética, ⟨César, Galia, Bruto⟩ satisface tanto 'x conquistó y' cuanto 'z mató a x', y, por lo tanto, satisface también la conyunción de ambas oraciones, 'x conquistó y . z mató a x'. El resultado es correcto. En cambio, con la otra convención ⟨César, Galia⟩ satisface 'x conquistó y'; ⟨Bruto, César⟩ satisface 'z mató a x'; pero nos haría falta una regla complicada para la conyunción con objeto de pasar de esos datos a la conclusión deseada de que ⟨César, Galia, Bruto⟩ satisface a 'x conquistó y . z mató a x'. Consiguientemente, la convención del orden alfabético nos ayuda a enlazar las variables a través de conyunciones. Así que, después de todo, la diferencia entre 'x conquistó y', e 'y conquistó z' no es gratuita, si se piensa lo diferente que se comportan en conyunción con alguna otra cláusula tal como 'z mató a x'.

Hemos llegado a una formulación sintética global de las condiciones de la satisfacción de negaciones y conyunciones respecto de sus constituyentes. La negación se satisface exactamente por las sucesiones que no satisfacen a su constituyente, y la conyunción se satisface exactamente por las sucesiones que satisfacen a sus dos constituyentes. ¿Cómo quedan las cosas respecto de la construcción restante, la cuantificación existencial? Una cuantificación existencial consta de alguna oración precedida por un cuantificador existencial cuya variable es alguna del alfabeto, la i-ésima, por ejemplo. Esta cuantificación queda satisfecha por una sucesión dada si y sólo si la oración constituyente queda satisfecha por alguna sucesión que coincida con la dada salvo —acaso— en el lugar i-ésimo.

Tomemos, por ejemplo, '$(\exists y)$ (x conquistó y)'. Esta oración cuantificada se satisface por una sucesión dada si y sólo si 'x conquistó y' se satisface por una sucesión que coincida con la dada salvo —si acaso— en el segundo lugar. Así, '$(\exists y)$ (x conquistó y)' es verdadera, como deseamos, para toda sucesión cuya primera cosa sea César; obtenemos este resultado porque 'x conquistó y' queda satisfecha por toda sucesión cuyas cosas primera y segunda sean, respectivamente, César y Galia.

Obsérvese que el caso recoge nuestro expediente, hace poco expuesto, para tratar las sucesiones más largas de lo imprescindible. '$(\exists y)$ (x conquistó y)' queda satisfecha por César, esto es, por ⟨César⟩, y por cualquier prolongación de ⟨César⟩; y 'x conquistó y' queda satisfecha por toda prolongación de ⟨César, Galia⟩.

La definición de la verdad por Tarski

Decir qué condiciones hacen verdaderos a los varios contextos de una expresión determinada es un modo razonable de explicar la expresión misma. Eso puede tentarnos a considerar las condiciones de satisfacción que acabamos de exponer como explicaciones de la negación, la conyunción y la cuantificación existencial. Pero esa opinión es insostenible, porque peca de circularidad. Las condiciones de satisfactibilidad que hemos dado para la negación, la conyunción y la cuantificación presuponen la comprensión de los signos mismos que habrían de explicar, o de otros que se usaran para lo mismo. Explicamos que la negación se satisface por una sucesión que *no* satisfaga su oración constituyente; que la conyunción es satisfecha por una sucesión que satisface una de sus oraciones constituyentes *y* la otra; y que la cuantificación existencial se satisface por una sucesión cuando la oración constituyente queda satisfecha por *alguna* sucesión adecuadamente análoga a aquélla. Si, pues, éramos capaces de servirnos de 'no', 'y' y 'algún' en la explicación de la negación, la conyunción y la cuantificación existencial, ¿por qué no proceder más directamente y limitarnos a ofrecer esas palabras como traducciones directas?

Tarski, al que se deben las tres condiciones de satisfacción, veía su finalidad a la inversa: no como explicación de la negación, la conyunción y la cuantificación, opinión que sería insostenible, sino como aportaciones a una definición de la noción misma de satisfacción y, por lo tanto, indirectamente, de la de verdad. Retrocedamos, por de pronto, para definir la satisfacción de las oraciones simples, de la predicación. En este caso hemos de contar con una definición que corresponda a cada predicado del lenguaje-objeto, del modo siguiente.

La oración que consta de 'pasea' acompañada por la *i*-ésima variable del alfabeto queda satisfecha por una sucesión si y sólo si la *i*-ésima cosa de la sucesión pasea.

La oración que consta de 'conquistó' precedido y seguido por las variables *i*-ésima y *j*-ésima del alfabeto queda satisfecha por una sucesión determinada si y sólo si la *i*-ésima cosa de la sucesión conquistó la *j*-ésima cosa de la misma.

Se procede de modo análogo para todos los demás predicados, suponiéndolos en número finito y dispuestos en una lista. De este modo se precisa qué quiere decir de una predicación del lenguaje-objeto que queda satisfecha por una sucesión de cosas dada. Claro que la noción no queda precisada más que si se entiende previamente los predicados mismos; nótese, en efecto, el doble uso de 'pasea' y 'conquistó' en las explicaciones dadas por los dos párrafos anteriores.

Es posible clasificar las oraciones por su grado de complicación: las predicaciones tienen entonces complejidad 0; las negaciones y las cuantificaciones existenciales de oraciones de complejidad n tienen complejidad $n + 1$; y las conyunciones

tienen complejidad $n + 1$ si una de sus constituyentes es de complejidad n y la otra de complejidad n o menor que n. Lo anterior nos dice, pues, qué quiere decir que una sucesión satisface una oración de complejidad 0. Y las condiciones de satisfacción de la negación, la conyunción y la cuantificación existencial dicen entonces qué quiere decir que una sucesión satisface una oración del grado de complejidad inmediatamente superior cuando ya se sabe lo que quiere decir que una sucesión satisface una oración de una complejidad dada. Así se averigua paso a paso lo que quiere decir que una sucesión satisface una oración de cualquier complejidad predeterminada. La complejidad n, para cualquier n, supone n de esos pasos.

Esa línea proporciona una definición de satisfacción para todas las oraciones del lenguaje-objeto; se trata de una definición *recursiva* o *inductiva*. La definición parte de los casos simples, construye otros con ellos y establece, caso por caso, las circunstancias en las cuales hay que decir que una sucesión satisface una oración. Repasemos esquemáticamente esta definición inductiva. Llamemos var(i) a la i-ésima variable del alfabeto. Y sea x_i la i-ésima cosa de cualquier sucesión x. Entendiendo por 'A' uno de los predicados monádicos del lenguaje-objeto, la definición inductiva de la satisfacción empieza así:

(1) Para todo i y para todo x: x satisface a 'A' seguido por var(i) si y sólo si Ax_i.

Tendremos una cláusula así para cada predicado monádico del léxico. Análogamente, para todo predicado diádico, como por ejemplo, 'B':

(2) Para todo i, para todo j y para todo x: x satisface a 'B' seguido por var(i) y var(j) si y sólo si Bx_ix_j.

Luego de hacer una precisión de esa naturaleza para cada predicado del léxico, la definición recursiva termina del modo siguiente:

(3) Para toda sucesión x y toda oración y: x satisface la negación de y si y sólo si x no satisface a y.

(4) Para toda sucesión x, para toda oración y y para toda

oración y': x satisface la conyunción de y e y' si y sólo si x satisface a y y x satisface a y'.

(5) Para todo x, para todo y y para todo i: x satisface la cuantificación existencial de y respecto de var(i) si y sólo si y es satisfecha por alguna sucesión x' tal que $x_j = x_j'$ para todo j con $j \neq i$.

Tomada en su totalidad, la definición inductiva nos dice qué quiere decir que una sucesión satisface una oración del lenguaje-objeto. Secundariamente suministra además una definición de la verdad, puesto que, como ya se ha dicho, verdadera es lo mismo que satisfecha por todas las sucesiones.

Hay dos grados del definir. En el caso óptimo, la definición nos permite eliminar la expresión definida y prescindir de ella. Algunas definiciones consiguen eso precisando explícitamente una expresión sustitutiva de la definida. Ejemplos son la definición de '5' por '4 + 1' o la del cuantificador universal '(x)' por '$\sim (\exists x) \sim$'. Otras lo logran mostrando cómo se puede parafrasear todos los contextos de la expresión definida. Ejemplo: la definición de la partícula de la disyunción, 'o', mediante la explicación sistemática de todos sus contextos, 'p o q', entendiéndolos como '$\sim (\sim p \,.\, \sim q)$'. Esta definición no suministra ningún sucedáneo directo de la partícula 'o' misma, pero sirve para eliminar la partícula dondequiera que ésta aparezca. Las definiciones de esas dos clases se llaman *directas* y constituyen el grado más alto del definir.

La definición de grado inferior no elimina lo definido. Lo que sí hace es fijar completamente el uso de la expresión definida. De este tipo es nuestra definición inductiva de la satisfacción. *Esa definición precisa qué sucesiones satisfacen cada oración*; en cambio, no da un procedimiento para eliminar la expresión 'x satisface a y', con x e y variables.

Hay potentes procedimientos de la teoría de conjuntos para elevar el grado inferior de definición al grado superior. Si se cuenta con esos recursos de la teoría de conjuntos, se puede definir 'satisface a' directa y eliminablemente. El razonamiento procede así:

Podemos concebir una *relación* como un conjunto de pares ordenados. La relación de satisfacción es el conjunto de todos los pares $\langle x, y\rangle$ tales que x satisface a y. Ahora bien: la definición inductiva (1) — (5) fija precisamente qué pares $\langle x, y\rangle$ pertenecen a la relación de satisfacción (recuérdese la última frase en cursiva). Podemos modificar la definición (1) — (5) introduciendo en ella una variable más, 'z', que nos permita decir, en vez de 'satisface a', 'tiene la relación z con'; así modificadas, las estipulaciones (1) — (5) hacen que z sea la relación de satisfacción. Si abreviamos (1) — (5) —tras la modificación— escribiendo 'SRz', esta última expresión simbólica dirá efectivamente: 'z es la relación de satisfacción'. Y así tenemos en última instancia una definición directa de 'x satisface a y'. Podemos escribir 'x tiene z con y' poniendo '$\langle x, y\rangle \varepsilon z$', y escribiendo del modo siguiente 'x satisface a y':

(6) $$(\exists z)\,(\mathrm{SR}z \,.\, \langle x, y\rangle \,\varepsilon\, z).$$

Una paradoja en el lenguaje-objeto

Hemos conseguido una definición directa, (6), de satisfacción. La hemos formulado sin atenernos a los limitados medios disponibles en el lenguaje-objeto al que se refiere esa relación de satisfacción. Consideremos ahora la posibilidad de reconstruir esa definición dentro del lenguaje-objeto mismo. Si añadimos al léxico del lenguaje-objeto el predicado 'ε', que pertenece a la teoría de conjuntos, la totalidad de (6) pasa sin dificultad alguna el lenguaje-objeto, excepto la grave cláusula 'SRz'. El término complejo '$\langle x, y\rangle$' se resuelve sin más mediante definiciones contextuales que no me detendré a detallar. Al final, (6) queda desarrollado estrictamente en los siguientes elementos: 'ε', variables, funciones veritativas, cuantificación y, *además*, 'SRz'. Los pasos necesarios para llegar a esa situación se pueden encontrar en numerosos textos de lógica y de teoría de conjuntos.

¿Qué hay de 'SRz'? Sus necesidades son, ni más ni menos, las de (1) — (5), menos 'satisface' (que se ha resuelto en todos los casos por '$\varepsilon\, z$'). Examinando atentamente (1) — (5) comprobamos que necesitaremos no ya sólo utilizar, sino también hablar *de* varias expresiones simples y complejas: predicados, variables, negaciones, conyunciones, cuantificadores; también vemos que necesitaremos hablar de sucesiones y de números, y precisar numéricamente las posiciones en las sucesiones.

Ahora bien: el discurso acerca de sucesiones y de números se puede reducir a la teoría de conjuntos, o sea, en última instancia, también a 'ε', variables, funciones veritativas y cuantificadores. Cosa análoga se puede decir de la identidad, utilizada en (5). En cuanto al discurso sobre expresiones se puede reducir a los mismos elementos más un limitado léxico de predicados especiales que sirven para deletrearlas. Uno de estos predicados es el triádico 'C', concatenación: 'Cxyz' dice que x, y y z son cadenas de signos, y que la concatenación x consta de y seguida de z. Los demás predicados necesarios son monádicos, y cada uno de ellos indentifica un solo signo; así, 'Ax' dirá que x es el acento, 'Lx' * puede significar que x es el paréntesis izquierdo, y así sucesivamente. Paso ahora por alto un montón de detalles que el lector interesado encontrará en otros libros [2] y preciso simplemente que 'SRz' se reduce a este modesto léxico de predicados —'ε', 'C', 'A', 'L' y los demás—, junto con las variables, las funciones veritativas y la cuantificación.

Se puede recordar, a título de curiosidad, que un artificio arbitrado por Gödel permite incluso reducir el léxico de predicados al solo 'ε'. El artificio consiste en dar a enteros positivos la representación de los signos y concatenaciones de signos. Supongamos, por ejemplo y por facilitar la cuestión, que nuestro alfabeto de signos no tenga más de nueve de ellos. Entonces podemos identificar arbitrariamente esos signos con los números 1-9, y cada concatenación de signos con el número expresado por la correspondiente cadena de cifras. Dado este rodeo, podemos llevar a cabo todo el deletreo de los predicados 'C', 'A', 'L', etc., con términos aritméticos; con lo que, a su vez, la aritmética misma se reduce a 'ε', variables, funciones veritativas y cuantificación.

Pero utilizando o no ese último afinamiento, se puede contemplar a 'SRz' en el lenguaje-objeto, con su gramática normada y un léxico precisable de predicados. Así, gracias a (6), 'x satisface a y' queda traducida al lenguaje-objeto.

* La '*L*' alude, naturalmente, a 'left', izquierda. Pero no puedo poner '*I*', porque esta letra se suele reservar para indicar el predicado de identidad. Una '*S*' que evocara 'siniestra' se podría confundir con la que simboliza el predicado de satisfacción. Así me he inclinado por dejar la '*L*'.

[2] Por ejemplo, en el último capítulo de mi *Mathematical Logic* [*Lógica matemática*, trad. castellana de la 2.ª ed. por José Hierro S.-Pescador, Madrid, Ediciones de la Revista de Occidente, 1972]. Pero téngase en cuenta que, salvo por lo que hace a cuestiones de detalle, las ideas expuestas en esta sección y en las dos anteriores son de Tarski.

La noticia parece muy agradable, pero en seguida vamos a descubrir motivos para temerla. Considérese la paradoja de Grelling, la que se suele llamar paradoja de los adjetivos heterólogos. Se puede formular de tal modo que afecte a las oraciones abiertas de una sola variable [libre]. Esas oraciones pueden ser satisfechas por cosas de cualesquiera clases. Algunas de esas oraciones pueden ser satisfechas por oraciones. Algunas se satisfacen a sí mismas. La oración abierta 'x es corta' es una oración corta y, por lo tanto se satisface a sí misma. La oración abierta 'x satisface a alguna oración' satisface a algunas oraciones y, por lo tanto, se satisface a sí misma. En cambio, otras oraciones pueden no satisfacerse a sí mismas. Ejemplos: 'x es larga'; 'x es alemana'; 'nada satisface a x'. Examinemos ahora la oración abierta 'x no se satisface a sí misma'. Es evidente que si se satisface a sí misma no se satisface a sí misma, y que si no se satisface a sí misma se satisface a sí misma.

Eso muestra que 'x no se satisface a sí misma' no se debe admitir en el lenguaje-objeto. En efecto: el lenguaje-objeto tenía ya, con sus predicados de deletreo, el aparato suficiente para determinar cualquiera de sus propias concatenaciones de signos como objetos de referencia de sus variables. Si una de esas concatenaciones de signos es 'x no se satisface a sí misma' —o, por mejor decir, el desarrollo completo de esa oración en la notación básica—, entonces basta con tomar esa misma concatenación de signos como objeto de referencia de 'x' para desembocar en la contradicción descrita.

Hace un momento habíamos llegado a la conclusión de que 'x satisface a y' es traducible al lenguaje-objeto como cualquier oración abierta que cumpla los requisitos del mismo. Pero entonces '$\sim$ (x satisface a x)', o 'x no se satisface a sí misma' será también traducible a él. Está, pues, a la vista, que hemos caído en contradicción.

Solución de la contradicción en teoría de conjuntos

Esa contradicción se resuelve en teoría de conjuntos. La definición inductiva representada por (1) — (5) es correcta y se puede traducir completamente al lenguaje-objeto, con la excepción obvia del término inductivamente definido por ella, que es el verbo 'satisface' o 'satisface a'. Según eso, la expresión 'SRz', obtenida de (1) — (5) mediante la eliminación de ese verbo y el añadido de 'z', es plenamente traducible al lenguaje-objeto. Además, 'SRz' exige realmente de z que los pares que son miembros de ella sean precisamente los pares ordenados $\langle x, y\rangle$ tales que x satisface a y. Hasta aquí no tenemos dificultades. Pero *¿hay* algún conjunto z que satisfaga esa exigencia? Si lo hay, (6) cumple su finalidad de definir 'x satisface a y'; si no lo hay, (6) es falsa para todo x y para todo y. La respuesta ha de ser negativa, como se ve por *reductio ad absurdum*, porque si hay un conjunto z de esa naturaleza volvemos a la contradicción de Grelling.

La cuestión general de qué conjuntos hay es antigua y, como todo el mundo sabe, está por resolver. Se dice que una oración abierta determina un conjunto si la oración es verdadera de todos los miembros de ese conjunto y sólo de ellos. Parece entonces de sentido común considerar que tenemos determinado un conjunto en cuanto que enunciamos la oración abierta correspondiente y, por lo tanto, que toda oración abierta determina un conjunto. Pero las paradojas de la teoría de conjuntos particularmente la de Russell, nos enseñan que las cosas están de otro modo; la oración '$\sim (x \varepsilon x)$' no determina conjunto alguno. Si hubiera un conjunto así, tendría que ser miembro de sí mismo si y sólo si no fuera miembro de sí mismo.

Por eso el que trabaja en teoría de conjuntos tiene que decidir qué oraciones abiertas va a considerar como determinadoras de conjuntos. Decisiones diferentes arrojan diferentes teorías de conjuntos, unas más fuertes y otras más débiles. Al admitir 'ε' en el léxico de nuestro lenguaje-objeto no precisamos el grado en que podría contar con ella una teoría de conjuntos. Pero llegados a este punto podemos ya estar seguros de que, si ha de ser coherente con el resto del lenguaje-objeto, la teoría de conjuntos en cuestión no podrá ser tan fuerte que contenga un conjunto z tal que SRz.

De este modo forja el trabajo de Tarski un nuevo eslabón entre las paradojas llamadas semánticas, cuyo ejemplo primero es la de Grelling, y las paradojas de la teoría de conjuntos, en cabeza de las cuales figura la de Russell. En cualquier caso, la paradoja de Grelling nos ha obligado a repudiar el supuesto conjunto z. Pero hay que observar que, desde el punto de vista del presente contexto, esa repudiación es de efecto más débil que el de la paradoja de Russell: el conjunto z que nos vemos obligados a repudiar por causa de la paradoja de Grelling no era un conjunto explícitamente determinado por ninguna oración abierta expresable en el lenguaje-objeto. El supuesto conjunto pretendía ser el conjunto de todos los pares $\langle x, y\rangle$ tales que x satisface a y, y eso le hacía pretender también que la oración abierta 'x satisface y' lo determinara. Pero ésa no es una oración del lenguaje-objeto. La paradoja de Grelling nos enseña precisamente que es una oración de otro lenguaje e intraducible al lenguaje-objeto.

Pero sí que podemos seguir aceptando 'x satisface a y' como oración del metalenguaje, y en ese plano podemos admitir también que determina un conjunto z. Sobre esa base (6) sigue siendo admisible como definición de 'x satisface a y'; pero sabiendo que la define en el metalenguaje del lenguaje-objeto correspondiente. El metalenguaje puede tolerar una teoría de conjuntos que sea más fuerte que la tolerada por el lenguaje-objeto; puede admitir un conjunto z tal que SRz.

No hay que dejar de decir que la resistencia que ofrezca un lenguaje dado a admitir a su propio predicado de satisfacción no es absoluta. Un lenguaje puede contener impunemente su propio predicado satisfacción y su propio predicado verdad, siempre que, a diferencia del que hemos considerado, sea débil en cuanto a los instrumentos auxiliares que son necesarios para cosechar la contradicción [3].

[3] Se encontrará un ejemplo en el artículo de JOHN R. MYHILL «A complete theory of natural, rational and real numbers», *Journal of Symbolic Logic*, 15 (1950), págs. 185-196.

Capítulo 4

LA VERDAD LÓGICA

Sobre la base de la estructura

Nuestro estudio de la noción de verdad se convirtió en un estudio de la noción de satisfacción. La verdad es el caso límite de la satisfacción, al modo como la oración cerrada es el caso límite de la oración. Para formular la noción de verdad de una oración cerrada tuvimos que ascender inductivamente por medio de la satisfacción de oraciones abiertas. La razón de ello es que las mismas oraciones cerradas son compuestos de oraciones constituyentes abiertas. Comprender eso fue lo que condujo a Tarski a su célebre definición de verdad y de satisfacción, que es la que hemos estado estudiando.

Las condiciones de satisfacción de la negación, la conyunción y la cuantificación existencial tenían un papel de importancia en la definición inductiva de la satisfacción. Pero vale la pena tener en cuenta esas condiciones incluso prescindiendo de la intención de definir nada, simplemente como condiciones que basan un cálculo lógico con negación, conyunción y cuantificación existencial. Esas condiciones determinan exactamente qué sucesiones satisfacen todas las oraciones compuestas, una vez que se tiene la misma información respecto de las oraciones simples.

Desgraciadamente, esa determinación no se puede conseguir partiendo de las sucesiones. Esto es: se puede saber exactamente qué oraciones satisface una sucesión dada y, sin embargo encontrarse en la imposibilidad de averiguar si satisface una oración compuesta determinada. Podemos saber cuáles son las oraciones simples satisfechas por una sucesión dada $\langle a, b\rangle$ y, sin embargo, ser incapaces de averiguar si satisface también una cuantificación determinada, por ejemplo '$(\exists z)Fxyz$'. Este último problema, en efecto, es el de averiguar si $\langle a, b, c\rangle$ satisface a '$Fxyz$' para una cosa c al menos; y este problema rebasa todo lo que puede dar aquella simple información acerca de $\langle a, b\rangle$. Consiguientemente, la información de nivel superior acerca de $\langle a, b\rangle$ depende de información acerca de algo más que $\langle a, b\rangle$ sólo. Pero toda la información de nivel superior es determinadamente relativa a la totalidad infinita —y todo lo inmanejable que se quiera— de la información simple. Si se sabe qué sucesiones satisfacen a las oraciones simples, globalmente, se puede fijar qué sucesiones satisfacen cualquier oración compuesta.

Esos vínculos de determinación son precisamente el asunto de la lógica. Lo que corresponde a la lógica no es precisar qué sucesiones satisfacen a las oraciones simples, sino fijar —basándose accidentalmente en esa información simple— qué oraciones compuestas serán verdaderas o qué sucesiones las satisfarán. La lógica explora también esas conexiones en sentido inverso: dado que tal o cual oración compuesta es verdadera, fijar las posibilidades que quedan por lo que hace a las oraciones simples. Y también hay que explorar —indirectamente, a través de esas dependencias ascendentes y descendentes— interdependencias transversales entre oraciones compuestas.

Hay una conexión de ese tipo que aparece frecuentemente en la conversación: es la *implicación lógica*. Una oración cerrada implica lógicamente otra oración cerrada cuando, suponiendo que la primera sea verdadera, las estructuras de las dos oraciones garantizan que la segunda es también verdadera. Esa noción está sometida a una restricción crucial: que no se apele a ningún supuesto ni información suplementarios relativos a la verdad de otras oraciones. La implicación lógica se basa enteramente en el modo como se distribuyan en la oración las funciones veritativas, los cuantificadores y las variables, o sea, en lo que podemos llamar, brevemente, la estructura lógica de las dos oraciones conectadas.

La implicación lógica se aplica de modo análogo a las oraciones abiertas. Una oración abierta implica lógicamente otra oración abierta si sólo las sucesiones que satisfacen a la segunda oración satisfacen a la primera, con la condición —también en este caso— de que esa circunstancia quede garantizada puramente por la estructura lógica de las dos oraciones mismas, sin más información suplementaria.

La implicación lógica pertenece a una familia de nociones íntimamente relacionadas. A ella pertenece también la *incompatibilidad lógica*. Varias oraciones cerradas son incompatibles lógicamente cuando su estructura lógica impide que sean verdaderas conjuntamente. Varias oraciones abiertas son lógicamente incompatibles cuando su estructura lógica impide que ninguna sucesión las satisfaga conjuntamente.

También son miembros de esa familia la *verdad lógica* y la *falsedad lógica*. Una oración lógicamente verdadera (o lógicamente falsa) es una oración cuya estructura lógica garantiza (o excluye) su verdad.

Dicho sea de paso, una convención que adoptamos al principio del capítulo 3 nos está ahorrando bastantes palabras: la convención por la cual llamamos verdaderas a las oraciones abiertas que son verdaderas para todos los valores de sus variables libres. En este capítulo se aprecia la comodidad del ahorro procurado por aquella convención.

Es conveniente subordinar toda esta familia de nociones a una de ellas, la noción de verdad lógica. La ventaja que ésta tiene respecto de la implicación consiste en que toma las oraciones de una en una, en vez de tomarlas por pares. Y las demás nociones se pueden obtener de la de verdad lógica como sigue. Una oración es lógicamente falsa precisamente en el caso de que su negación sea lógicamente verdadera. Dos o más oraciones son lógicamente incompatibles precisamente en el caso de que su conyunción sea lógicamente falsa. Y una oración implica lógicamente otra oración cuando es lógicamente incompatible con la negación de esta segunda. Y, por no terminar ya, podemos añadir la equivalencia [lógica]: dos oraciones son *lógicamente equivalentes* si cada una de ellas implica la otra.

Gracias a la convención recordada, he podido prescindir en toda esa serie de formulaciones de la distinción entre oraciones cerradas y oraciones abiertas.

Así he definido las verdades lógicas como oraciones cuya verdad queda garantizada por su estructura lógica. Pero, para evitar equívocos posibles, conviene explicitar más la cuestión, diciendo: una oración es lógicamente verdadera si son verdaderas todas las oraciones que tienen su misma estructura lógica. Así explicitada, la noción revela en seguida una distinción sutil: puede ocurrir que una oración tenga toda la estructura lógica de otra, pero que ésta no tenga toda la estructura lógica de aquélla. Por ejemplo, la oración

(1) $\sim (\exists x)(x \text{ flota} . \sim (x \text{ flota}))$

tiene toda la estructura lógica de

(2) $\sim (\exists x)(x \text{ flota} . x \text{ arde})$.

Pero (1) tiene algo más: lo bastante para ser, a diferencia de (2), lógicamente verdadera. Todas las oraciones que tienen la entera estructura lógica de (1) son verdaderas; y en eso consiste la verdad lógica de (1). Pero no todas las oraciones que tienen la entera estructura lógica de (2) son verdaderas; lo es (1), mas no lo es la misma (2).

Sobre la base de la sustitución

He dicho que lo que, por el momento, entiendo por estructura lógica de una oración es su manera de estar compuesta en cuanto a funciones veritativas, cuantificadores y variables. De eso se sigue que, sometidos a la gramática normada que hemos adoptado, todo lo que tiene una oración es estructura lógica y predicados. Basta con escribir letras esquemáticas —'F', 'G', etc.— en los lugares que han de ocupar predicados en una oración para tener dibujada la estructura lógica de ésta.

Tal circunstancia sugiere otro modo —más sencillo— de definir la verdad lógica: una oración es lógicamente verdadera si es verdadera a través de todos los cambios de sus predicados. Pero también en este punto hay que registrar una distinción, más sutil, incluso, que la suscitada por (1) y (2). La distinción se refiere a la generosidad con que entendamos la noción de «cambios de sus predicados». Si la comprensión es muy estricta, se tratará puramente de sustituciones de predicados por predicados. Un cambio de predicados en este sentido convierte la oración

(3) $(\exists x)(x \text{ flota} . x \text{ arde})$

en

(4) $(\exists x)(x \text{ flota} . x \text{ se disuelve})$

por ejemplo, pero no en

(5) $(\exists x)(x \text{ flota} . \sim (x \text{ flota}))$.

Y es evidente que para definir la verdad lógica preferimos una comprensión más liberal: preferimos considerar que (5) tiene la estructura lógica de (3).

Imagínese, por ejemplo, que el léxico de los predicados de nuestro lenguaje-objeto no contenga ni dos que sean recíprocamente excluyentes por su denotación. En este caso, toda sustitución de predicados por predicados en (3) arrojará una oración verdadera; pero no por eso estaremos dispuestos a decir que (3) es lógicamente verdadera. Por eso nos conviene que la falsedad (5) se pueda considerar evidencia contraria a la supuesta verdad lógica de (3).

Cierto que un lenguaje-objeto que no tenga en su léxico predicados recíprocamente excluyentes será un lenguaje muy limitado. Pero la misma cuestión se puede aclarar, pasando a ejemplos más complejos que (3), con limitaciones léxicas mucho menos severas. La cuestión es la importancia de entender ampliamente «cambios de sus predicados». Pues lo que interesa no es la sustitución de predicados por predicados, sino la sustitución de oraciones simples ('x arde') por oraciones cualesquiera ('$\sim (x \text{ flota})$', 'x se disuelve').

Así, pues, las *verdades lógicas* son definibles como *oraciones de las cuales, al sustituir sus oraciones simples por oraciones, sólo se obtiene verdades.* Por lo tanto, (3) no es lógicamente verdadera: la sustitución de su oración simple 'x arde' por la oración compuesta '$\sim (x \text{ flota})$' arroja una falsedad. En cambio, (1) es lógicamente verdadera, porque cuando se sustituye su oración simple 'x flota' por cualquier oración —todo lo compleja que se quiera—, el resultado es siempre verdadero.

A veces esta definición de la verdad lógica se da en dos pasos, mediados por la noción de *esquema lógico válido*. Un esquema lógico es una oración vacía del tipo aludido hace poco. Es lo mismo que una oración, salvo por el hecho de que en lugar y en el lugar de los predicados tiene letras esquemáticas, '*F*', '*G*', etc. Dicho de otro modo: un esquema lógico consta de cuantificadores y funciones veritativas de esquemas lógicos simples, tales como '*Fxy*', '*Fxz*', '*Gz*', etc. (También se puede admitir letras esquemáticas '*p*', '*q*', etc., pero por el momento será más sencillo prescindir de ellas.) Un esquema lógico es *válido* si toda oración que se pueda obtener de él sustituyendo por oraciones los esquemas oracionales simples es una oración verdadera. Por último, las *verdades lógicas* son las verdades que pueden obtenerse de ese modo a partir de esquemas lógicos válidos. Esta definición de la verdad lógica en dos pasos monta tanto como la definición en un solo paso dada en cursiva en el párrafo anterior. Pero tiene su razón de ser: que la noción de esquema válido tiene otras utilidades más. Los esquemas son, en efecto, el medio natural de expresión de las leyes y las demostraciones lógicas, porque carecen de temática material.

La definición en un paso habla de sustituir oraciones simples por oraciones; la definición en dos pasos habla de sustituir esquemas simples por oraciones. En ambos casos —no hará falta decirlo— la sustitución tiene que ser sistemática. Si es la oración

$$\sim (x \text{ flota } . \ x \text{ es más denso que } y)$$

la que tiene que sustituir a la oración simple '$x > y$' (o el esquema simple '*Fxy*'), entonces también habrá que sustituir '$z > x$' (o '*Fzx*') por

$$\sim (z \text{ flota } . \ z \text{ es más denso que } x).$$

La formulación exacta de ese requisito es algo laboriosa, y no me detendré a desarrollarla. Se encuentra en los textos didácticos de lógica [1].

[1] Quine, *Methods of Logic*, edición revisada, New York, Holt, 1951 [*Los métodos de la lógica*, trad. cast. de la ed. revisada por M. Sacristán, Barcelona, Ariel, 1962], §§ 23-25, y *Elementary Logic* [Lógica elemental], edición revisada, Cambridge, Mass., Harvard, 1966, §§ 40-42.

Sobre la base de modelos

Pero aún tengo mucho más que decir acerca de la validez. La definición de validez que tenemos ya depende de la noción de sustitución: un esquema es válido si las sustituciones que se practiquen en él no arrojan más que oraciones verdaderas. Vale la pena conocer otra definición muy diferente de esa misma noción. Se trata de una definición que utiliza elementos de teoría de conjuntos. Dos nociones previas nos ayudarán a entenderla mejor. La primera es la noción del *análogo* —así me expresaré— de un esquema lógico dado *en la teoría de conjuntos*. Ese análogo será alguna oración abierta de la teoría de conjuntos formada del modo siguiente a partir del esquema lógico: cambiamos las predicaciones '*Fx*', '*Fy*', '*Gx*', etc., por '$x\varepsilon\alpha$', '$y\varepsilon\alpha$', '$x\varepsilon\beta$', etcétera, apelando a variables 'α', 'β', etc., cuyos valores serán conjuntos. En cuanto a las letras predicativas diádicas las trataremos con la ayuda de pares ordenados: '*Hxy*' será '$\langle x, y \rangle \varepsilon \gamma$'. En el mismo sentido procederemos con las letras predicativas triádicas y de más lugares de predicación. El esquema lógico '$(\exists x)\,(Fx \,.\, Gx)$', por ejemplo, tiene por análogo en la teoría de conjuntos la oración abierta de esta teoría '$(\exists x)\,(x\varepsilon\alpha \,.\, x\varepsilon\beta)$'. Esta oración habla de conjuntos y justifica cuantificadores como '(α)', '$(\exists\beta)$', '(β)', mientras que, por el contrario, las letras esquemáticas '*F*' y '*G*' del esquema lógico no son sino simulaciones de predicados, en modo alguno variables que puedan tomar valores. El esquema lógico es una horma vacía que no pasa de dibujar la forma lógica de determinadas oraciones; en cambio, su análogo en la teoría de conjuntos es una de las oraciones efectivas que tienen esa forma lógica. Es una oración abierta que queda satisfecha por algunas sucesiones de conjuntos, y no por otras.

La segunda noción previa que utilizaremos en la nueva definición de validez es la noción de *modelo*. Un modelo de un esquema es una sucesión de conjuntos, tal que a cada letra predicativa esquemática del esquema corresponde uno de esos conjuntos y que el conjunto inicial de la sucesión es un conjunto no vacío, *U*, que desempeña el papel de universo o campo de valores de las variables '*x*', '*y*', etc. El conjunto del modelo que corresponde a una determinada letra predicativa monádica del esquema es un conjunto determinado de miembros de *U*;

el conjunto del modelo correspondiente a una determinada letra predicativa diádica del esquema es un conjunto determinado de pares de miembros de U; y así sucesivamente. Se dice —hablando compendiadamente— que un modelo determinado satisface a un esquema determinado si satisface al análogo del esquema en la teoría de conjuntos. Y, hablando más detalladamente: el modelo satisface al esquema si, una vez especificado U como campo de valores de las variables 'x', 'y', etc., y asignados los demás conjuntos del modelo a las respectivas variables de conjuntos 'α', 'β', etc., el análogo del esquema en la teoría de conjuntos resulta verdadero.

Por ejemplo: el modelo (U, α, β) satisface al esquema lógico '$(\exists x)(Fx \,.\, Gx)$' si $(\exists x)(x \,\varepsilon\, \alpha \,.\, x \,\varepsilon\, \beta)$, o sea, si los dos conjuntos del modelo se solapan [tienen un subconjunto común]. Y el modelo en cuestión satisface al esquema '$\sim (\exists x)(Fx \,.\, \sim Gx)$' si el conjunto α es un subconjunto [propio o impropio] del conjunto β. (Si la asignación ha sido del conjunto α a la letra esquemática 'F' y del conjunto β a la letra esquemática 'G'.)

Con eso la nueva definición de validez se formula así: un esquema lógico es válido si es satisfecho por todos sus modelos. Por último, las verdades lógicas se definen como antes: son verdades lógicas todas las oraciones que se puede obtener por sustitución en un esquema válido.

La diferencia más visible entre la nueva definición de validez y la anterior es que la nueva habla de todas las asignaciones de conjuntos a letras esquemáticas, mientras que la anterior hablaba de todas las sustituciones [de esquemas oracionales simples] por oraciones. A continuación hemos de estimar la importancia de esa diferencia.

La variabilidad de U es una diferencia accesoria; la vieja definición presuponía un lenguaje-objeto completamente interpretado y no dejaba opción alguna respecto al campo de objetos de las variables. La estipulación de que U no sea el conjunto vacío es un expediente de conveniencia puramente técnica, no un dogma filosófico que afirme existencia necesaria. Su comodidad se debe a una peculiaridad del número 0. Es fácil demostrar, en efecto, que, si un esquema queda satisfecho por todos los modelos en universos mayores, queda también satisfecho por todos los modelos en universos menores, con la única posible excepción del universo vacío; por eso dejamos a un lado el universo vacío, para no tener que prescindir de un montón de esquemas que, sin él, son válidos y valiosos en el trabajo lógico. El universo vacío no acarrea enigma alguno: es perfectamente posible tratar su lógica aparte, la cual, dicho sea de paso, es la gloria de la trivialidad [2].

Sopesemos la contraposición principal, la contraposición entre asignación de conjuntos a letras esquemáticas y sustitución de esquemas oracionales simples por oraciones. La contraposición desaparecería si toda oración abierta determinara un conjunto y si todo conjunto estuviera determinado por una oración; en esa hipótesis sería lo mismo asignar conjuntos a las letras predicativas esquemáticas que sustituir esquemas oracionales simples por oraciones. Pero lo que ocurre es que hay en ciertos casos escasez de conjuntos y en otros escasez de oraciones: ni toda oración abierta determina un conjunto ni todo conjunto está determinado por una oración.

Estas escaseces recíprocas quedan nítidamente ilustradas por las dos paradojas ya aludidas, la de Russell y la de Grelling. A la vista de la paradoja de Russell, hemos de reconocer que hay al menos una oración abierta del lenguaje-objeto, a saber, '$\sim (x \,\varepsilon\, x)$', que no determina ningún conjunto. Y por la fuerza de la paradoja de Grelling sabemos que hay al menos un conjunto que no es determinado por ninguna oración del lenguaje-objeto, a saber, el conjunto de todas las oraciones del lenguaje-objeto que no se satisfacen a sí mismas. Si hubiera en el lenguaje-objeto una oración que determinara a ese conjunto, dicha oración tendría que ser '$\sim$ (x satisface a x)' u otra equivalente a ella; y la paradoja de Grelling enseña que no se puede admitir una oración así en el lenguaje-objeto.

La adecuación de la sustitución

Estas discrepancias paralelas entre conjuntos y oraciones podrían movernos a esperar que se diera una discrepancia análoga entre las dos definiciones de la validez. Pero hay dos notables teoremas que nos garantizan todo lo contrario, o sea, que ni la escasez de conjuntos ni la escasez de oraciones tienen influencia alguna en la definición de la validez, con la condición de que nuestro lenguaje-objeto sea suficientemente rico para

[2] V., por ejemplo, Quine, *Methods of Logic*, págs. 96 s.

formular con él la teoría elemental de los números. En un lenguaje de esa riqueza, todo esquema que resulte verdadero para todas sus sustituciones por oraciones quedará también satisfecho por todos los modelos, y viceversa.

El requisito de que el lenguaje-objeto sea lo suficientemente rico como para albergar los elementos de la teoría de los números es una exigencia moderada. La teoría elemental de los números no contiene más que lo que se puede decir de los enteros positivos sin utilizar más que las nociones de más, multiplicado por, identidad, las funciones veritativas y las cuantificaciones: no hacen falta conjuntos. Como es natural, para atenernos a nuestra gramática normada los functores más y multiplicado por serían absorbidos por predicados adecuados, utilizando la noción de identidad (v. capítulo 2).

Los esquemas verdaderos para toda sustitución por oraciones en un lenguaje así son precisamente los esquemas satisfechos por todos los modelos: tal es el notable hecho demostrable al que acabamos de aludir. Dicho más explícitamente, lo demostrable es los dos teoremas siguientes:

(I) Si un esquema resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones de la teoría elemental de los números, queda satisfecho por todo modelo.

(II) Si un esquema es satisfecho por todo modelo, resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones.

La demostración de (I) se incoó en 1915. Aquel año Leopold Löwenheim sostuvo que *todo esquema satisfecho por algún modelo cualquiera lo es también por cierto modelo* $\langle U, \alpha, \beta, \gamma, \ldots \rangle$, *cuyo U está limitado a los enteros positivos.* A continuación, Hilbert y Bernays reforzaron ese resultado con la estipulación de que cada uno de los conjuntos $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ sea determinado por una oración de la teoría elemental de los números. De modo que

(A) Si un esquema es satisfecho por algún modelo, ese esquema resulta verdadero para alguna sustitución de sus esquemas simples por oraciones de la teoría elemental de los números.

Como es natural, hemos de dar por supuesto que, al practicar esas sustituciones, las variables cuantificables se construyen

de tal modo que entre sus valores se encuentren los enteros positivos. Pero no hay inconveniente en que, además, puedan tomar como valores otras cosas; es fácil demostrar este punto [3].

Podemos inferir (I) de (A) del modo siguiente: (A) equivale por contraposición a decir que si un esquema es falso para todas las sustituciones de sus esquemas simples por oraciones de la teoría elemental de los números, entonces no es satisfecho por ningún modelo. Pero si en vez de hablar de un esquema hablamos de su negación, el 'falso' de esa formulación se tiene que cambiar por 'verdadero', y el 'no es satisfecho por ningún modelo' se cambia por 'es satisfecho por todos los modelos'. Lo cual es (I).

En cuanto a (II), sus raíces están en el teorema de la completitud deductiva de la lógica de la cuantificación. Este teorema se remonta a Skolem, Herbrand y Gödel (1928-1930), y dice así:

(B) Si un esquema es satisfecho por todo modelo, ese esquema es demostrable.

La palabra 'demostrable' se tiene que entender en este contexto como alusiva a algún método de demostración de los que se presentan en los tratados de lógica *; el teorema de completitud (B) se puede demostrar para varios de esos métodos, algunos de los cuales, además, son manifiestamente consistentes, esto es, es manifiesto que no producen más que esquemas que resultan verdaderos para todas las sustituciones. Si se entiende que el método demostrativo aludido en (B) es de ese tipo consistente, (II) se infiere de (B).

En mi opinión, (I) y (II) suministran buenas razones para preferir la primera de las dos definiciones de validez que hemos obtenido, la definición de la validez como verdad para todas las sustituciones de los esquemas simples constituyentes por oraciones. Y eso quiere decir que vale la pena quedarse con la definición de la verdad lógica que obtuvimos en aquel momento. Es la definición que, prescindiendo del rodeo por los esquemas válidos, dice así: una oración es *lógicamente verdadera* si *al sustituir sus oraciones constituyentes simples por oraciones*

[3] V. Quine, *Ways of Paradox* [Los caminos de la paradoja], New York, Random House, 1966, págs. 196 s.

* Lo traducido por 'demostración' es 'proof'. No creo que el castellano común admita 'prueba' en el sentido de derivación formal, y 'derivación' me parece equívoco con una parcela del léxico matemático.

cualesquiera sólo resultan verdades. Los teoremas (I) y (II) nos garantizan que esta definición de la verdad lógica concuerda con la otra definición, con la definición sobre la base de modelos, siempre que el lenguaje-objeto no sea tan débil que no contenga los modestos giros necesarios para la teoría elemental de los números. De no cumplirse esa condición, podemos echar la culpa del mal resultado a lo que prefiramos: a la debilidad del lenguaje-objeto o a la definición de la verdad lógica.

La evitación de los conjuntos

El atenerse a la definición de la verdad lógica por la sustituibilidad, sin mencionar la teoría de modelos, tiene la evidente ventaja filosófica de que nos permite mayor parquedad ontológica: nos basta con oraciones, incluso con oraciones del lenguaje-objeto, en vez de tener que apelar a un universo de conjuntos precisables e imprecisables.

Pero cuando no se trata de la definición de la verdad lógica, hay razones para admitir algunos de los excesos ontológicos de la teoría de conjuntos. En la teoría de conjuntos se amaña una fundamentación sistemática general de la matemática. De todas maneras, hay partes de la matemática que requieren recursos de teoría de conjuntos menos exuberantes que los necesarios para otras partes de la ciencia, y vale la pena no perder de vista esas diferencias, porque así, cuando se presenta la ocasión de revisar teorías, podemos favorecer a aquellas cuyas exigencias sean menores. Siempre es un paso adelante el descubrir algún procedimiento de disminuir los costes ontológicos de algún desarrollo determinado. Esto no se aplica sólo a la matemática, sino de un modo general, y, en particular, se aplica a la definición de la verdad lógica.

Los teoremas (A) y (B) y sus corolarios (I) y (II) siguen siendo teoremas importantes de la teoría de modelos sin necesidad de la palabra 'válido' ni de la frase 'lógicamente verdadero/a'. Más particularmente, (I) y (II) son teoremas de la teoría de modelos que nos garantizan que no necesitamos apelar a la teoría de modelos para poder hablar correctamente de validez y de verdad lógica. (I) y (II), en efecto, nos garantizan que podemos definir adecuadamente la validez y la verdad lógica sin hablar más que de sustitución por oraciones.

Pero no sería exacto decir que al atenernos a las definiciones de la validez y de la verdad lógica por la sustituibilidad hemos conseguido que esas nociones de validez y de verdad lógica sean por completo independientes de cualesquiera conjuntos. En efecto: se puede sostener que al hablar de oraciones y de sustitución seguimos hablando de conjuntos, pues ¿qué es una oración, sino el conjunto de sus marcas?

Peor todavía: no basta con conjuntos de marcas. Una oración destinada a no ser nunca escrita ni emitida sería, considerada como conjunto de marcas, el conjunto vacío. Y dos oraciones así serían, por lo tanto, idénticas. Pero en este caso no habría oraciones —en ningún sentido útil de la palabra— más que en la medida en que fueran escritas o emitidas. Por otro lado, toda persona familiarizada con la demostración del teorema (A) sabe que no se puede imponer una limitación así a las oraciones de cuya sustitución se habla en (A). (A) no sería entonces verdadero, ni, por lo tanto, lo sería (I), con lo que echaríamos por la borda toda la justificación de nuestra limitación a las definiciones de la validez y de la verdad lógica por la sustituibilidad. (A) depende de una teoría clásica, infinitista, de concatenaciones finitas de signos. Siempre que x e y sean concatenaciones diferentes, x seguida de z se tiene que considerar concatenación diferente de la concatenación de y seguida por z, aunque alguna de ellas no se escriba ni se emita jamás.

Hay un procedimiento para satisfacer este último requisito: considerar la concatenación de signos no como conjunto de marcas, sino como sucesión (en sentido matemático) de sus signos; es el sentido tenido presente en el capítulo 3. Los signos o fonemas individuales constituyentes de la concatenación se pueden seguir entendiendo como conjuntos de *sus* marcas, porque podemos asegurar la existencia de esas marcas. Si se practica esta construcción, se garantiza la ilimitada reserva de concatenaciones de signos requerida por (A). Lo que pasa es que al apelar así a sucesiones finitas sin limitar su longitud hemos hecho todavía más acopio de riquezas de la teoría de conjuntos.

Otra posibilidad consiste en identificar directamente los signos y las concatenaciones de signos con enteros positivos, como hace Gödel (v. capítulo 3). En efecto: la teoría elemental de los números es sin duda equivalente a una parte de la teoría de conjuntos, como lo es la teoría de las sucesiones finitas; pero, en cualquier caso, se trata de una parte reducida, a saber, la teoría de los conjuntos finitos. Y, de todos modos, al aceptar el teorema (I) para justificar nuestra limitación a las definiciones de la validez y la verdad lógica por la sustituibilidad, no teníamos más remedio que admitir la teoría elemental de los números. Nuestra limitación o retirada a esa definición se tiene que estimar, pues, del modo siguiente: esa retirada hace que las nociones de validez y de verdad lógica dependan sólo de un modesto trozo de la teoría de conjuntos y sean independientes de los aquilinos vuelos de esta teoría.

Sobre la base de la demostración

Pero no hemos de perder de vista otra noción muy importante que aparece en esas definiciones por la sustituibilidad: es la noción de verdad. Nuestras definiciones precisan la validez y la verdad lógica diciendo que son igual a verdad para toda sustitución. Esa noción general de oración verdadera, como la de satisfacción, es tan abarcante que rebasa los límites del lenguaje-objeto.

Esta dependencia respecto de la noción de verdad no es un precio que paguemos por nuestra retirada a las definiciones de la validez y la verdad lógica por la sustituibilidad. También las definiciones sobre la base de modelos apelan a la verdad, o a la satisfacción. Por lo tanto, esa dependencia no es ninguna razón para reconsiderar la elección hecha entre esos dos pares de definiciones. Sí lo es, en cambio, para examinar otro par más, que es independiente de las nociones de verdad y satisfacción.

La clave de estas nuevas definiciones es el teorema de completitud, el teorema (B) de antes. Podemos limitarnos a describir las operaciones que constituyen uno de esos procedimientos de demostración completos y definir entonces los esquemas válidos diciendo que son aquellos que se pueden demostrar mediante dichas operaciones. A continuación podemos definir secundariamente las verdades lógicas como lo hacíamos antes, diciendo que son las oraciones que se pueden obtener mediante sustitución de los esquemas simples de un esquema válido por oraciones. En la práctica algunos de esos métodos completos de demostración no requieren esquemas, sino que se pueden aplicar directamente a oraciones que fueran resultados de sustituciones practicadas en esquemas [4]. Este método sirve para producir directamente oraciones lógicamente verdaderas a partir de otras oraciones lógicamente verdaderas. Si optamos por uno de estos procedimientos de demostración, podemos prescindir incluso de los esquemas y de la noción de validez, y definir simplemente las verdades lógicas como oraciones producidas por esas reglas de demostración.

Toda propuesta de definir la validez o la verdad lógica sobre la base de un procedimiento de demostración suele levantar clamores de protesta. Las protestas dicen que la propiedad de ser demostrable por el procedimiento de demostración que se haya elegido no tiene interés en sí misma: si interesa es exclusivamente por causa del teorema de completitud, el cual equipara esa propiedad a la verdad lógica de un modo previo e intrínsecamente interesante. La objeción dice, pues, que al definir de este modo la verdad lógica destronamos al importante teorema de la completitud, vaciándolo de contenido.

La verdad es que nada de eso se discute. El teorema de la completitud, tal como está formulado en (B), es independiente del modo como definamos la verdad lógica, puesto que no menciona a ésta por su nombre. Una parte de la importancia del teorema consiste precisamente en que muestra que *podemos* definir la verdad lógica mediante la mera descripción de ciertos procedimientos de demostración y sin perder ninguno de los rasgos de la noción de verdad lógica que ya previamente nos hacían interesarnos por ella.

Los teoremas que asientan la equivalencia entre formulaciones muy dispares de una misma noción —la de verdad lógica o cualquier otra— son, desde luego, lo importante. Mucha menos importancia tiene la elección que hagamos entre esas formulaciones para hacer de una de ellas una definición más o menos oficial. Pero incluso en estos asuntos verbales hay decisiones mejores que otras. Dadas dos definiciones de una misma noción, la más elemental tendrá la ventaja de afectar a un campo más amplio de estudios próximos.

De todos modos, vale la pena reconocer que un aspecto de la resistencia a aceptar ese modo elemental de definir la verdad lógica tiene su razón especial: oponerse a la arbitrariedad de la

[4] Ejemplos: el método impreso en cuerpo pequeño en *Methods of Logic*, pág. 191; el método expuesto en *Mathematical Logic*, págs. 15-16; y mi versión del método de Herbrand en *Selected Logic Papers*, pág. 44.

elección entre procedimientos de demostración. Cada cual tiene la sensación de haber perdido la esencia de la verdad lógica cuando da de ella una definición que admite tal grado de arbitrariedad.

¿En qué consiste, exactamente, la elementalidad de esta manera de definir la verdad lógica y la validez? Este procedimiento describe reglas de demostración, lo que quiere decir que habla de concatenaciones de signos. Desde este punto de vista se encuentra en el mismo plano que la definición por sustituibilidad por oraciones y opera, en efecto, en el plano de la teoría elemental de los números. Pero se mantiene estrictamente en ese plano, mientras que la otra definición apela además a la noción de verdad. Esa es la gran diferencia entre ambos procedimientos de definición.

Sobre la base de la gramática

Hemos visto varios procedimientos para definir la verdad lógica. Desde el punto de vista extensional son todos ellos equivalentes: todos declaran lógicamente verdaderas a las mismas oraciones (con la condición de que el lenguaje-objeto abunde adecuadamente en predicados). Difieren acusadamente en sus respectivos aparatos técnicos, pero todos se basan en la mismidad de estructura respecto de tres construcciones gramaticales localizadas en el lenguaje-objeto: la negación, la conyunción y la cuantificación. Es posible formular una definición de la verdad lógica que mencione explícitamente esas construcciones, o que aluda indirectamente a ellas al hablar de sustitución de oraciones simples o de esquemas simples; esta diferencia no tiene importancia, porque los dos modos de hablar son correlativos y complementarios.

Llegados a este punto se presenta la idea de definir la verdad lógica más abstractamente, apelando no específicamente a la negación, la conyunción y la cuantificación que figuran en nuestro particular lenguaje-objeto, sino a cualesquiera construcciones gramaticales contenidas en cualquier lenguaje-objeto. Según este planteamiento, las verdades lógicas son oraciones cuya estructura gramatical es tal que todas las oraciones que tienen esa estructura son verdaderas.

Dos oraciones tienen la misma estructura gramatical cuando

se puede convertir cualquiera de ellas en la otra por medio de sustituciones exclusivamente de léxico. Y así nuestra nueva definición de la verdad lógica se puede formular del modo siguiente: *las verdades lógicas* son *oraciones que no se pueden convertir en oraciones falsas mediante sustituciones puramente léxicas.* Cuando en una de ellas sustituimos los elementos léxicos por cualesquiera otras concatenaciones pertenecientes a las mismas categorías gramaticales, la oración resultante es verdadera.

El léxico del lenguaje-objeto que nos hemos construido consta sólo de los predicados y de las tres variables sin acentuar, '*x*', '*y*', '*z*'. Por lo tanto, aplicada a este lenguaje-objeto, esta última definición haría considerar verdadera a una oración mientras siguiera siendo verdadera para toda sustitución de predicados por predicados y de variables sin acentuar por variables.

La exclusión, aparentemente curiosa, de variables acentuadas no nos impide sustituir 'x''' por 'y'''', pues podemos conseguirlo sustituyendo la '*x*' inicial [no acentuada] de 'x''' por 'y''. Lo que nos ocupa aquí no es ninguna sustitución lógica complicada, sino la llana sustitución gramatical que se practica dentro del marco de las construcciones que hemos enumerado para nuestro lenguaje-objeto, una de las cuales es la acentuación. De modo que la extravagancia léxica a propósito de la sustitución de variables no tiene, por lo que hace a la definición de la verdad lógica, más efecto que el de no tomar en cuenta sustituciones que disminuyan el número de acentos. Y está claro que eso no tiene importancia, porque, como es obvio, si se puede convertir en falsa a una oración por medio de una simple reformulación que disminuya el número de acentos, también se la podrá convertir en falsa por medio de otra formulación que no proceda así.

Pero, como lo ha puesto de manifiesto Harman [5], las variables suscitan otro problema más: no siempre se preserva la estructura gramatical propiamente dicha, ni tampoco la verdad lógica, cuando se pone una nueva variable en todas las presencias de otra anteriormente situada. Se puede superar esta dificultad exigiendo que la sustitución sea *preservadora*, esto es, que la variable o el elemento léxico que sustituyen a la anterior

[5] GILBERT HARMAN, reseña publicada en *Metaphilosophy*, 1971.

variable sean realmente nuevos para el contexto en que se realice la sustitución. Esto restringe innecesariamente la sustitución de predicados, pero no, en mi opinión, hasta el punto de alterar la delimitación de las verdades lógicas. Harman sugiere otra interesante posibilidad de solución: volver a clasificar las variables entendiéndolas como partículas, no como léxico, alterando los criterios del léxico de la pág. 62. «En vez de tomar como criterios la infinitud y la indeterminación de la categoría, nos podríamos contentar con la indeterminación.»

Nestra definición de la verdad lógica sobre la base de la sustituibilidad léxica tropieza con otra dificultad que es más grave: y es que recurre sólo a la sustitución de predicados por predicados, y no a la de oraciones simples por oraciones. Al comienzo de este capítulo vimos que el planteamiento sobre la base de las oraciones desembocaba en un concepto riguroso y estrecho de verdad lógica, porque eliminaba algunos casos que se habrían deslizado dentro del concepto con sólo permitir la sustitución de predicados. Y hasta se puede mostrar que la versión sobre la base de sustitución de predicados es inevitablemente demasiado débil si el acervo de predicados es finito [6]. Consiguientemente, el remedio natural contra esa debilidad consiste en aprovechar la indeterminación de nuestra categoría predicados, y admitir la sustituibilidad no sólo de los predicados de la lista arbitrada, sino también de todos los predicados que se puedan añadir a ésos. Con este reajuste, la versión abstracta es: *las verdades lógicas* son *oraciones que no se pueden convertir en oraciones falsas mediante sustituciones léxicas ni aunque se aumenten los recursos léxicos.*

Mientras no se trate más que de nuestro lenguaje-objeto, da lo mismo que nos quedemos con cualquiera de las definiciones de la verdad lógica previamente obtenidas en estas páginas. La última indicación, más abstracta, tiene su valor cuando se considera otros lenguajes. En este contexto vale la pena observar, como lo acabamos de hacer, que las primeras definiciones obtenidas concuerdan con esta última más abstracta siempre que el léxico de predicados no sea demasiado parco.

Tampoco la definición abstracta de la verdad lógica es trascendente. Depende de la noción de construcción gramatical y, en la formulación amplia, de la de léxico. Y no contamos con

[6] Debo esta observación a Mark L. Wilson.

ninguna noción trascendente sostenible de construcción ni de léxico, sino sólo con una familia, laxamente conglomerada, de nociones inmanentes más o menos análogas (v. capítulo 2). Un mismo lenguaje —y, en cualquier caso, un mismo conjunto infinito de oraciones— se puede obtener, como es obvio, mediante diferentes construcciones partiendo de diferentes comienzos léxicos. La noción abstracta de verdad lógica que acabamos de proponer depende no sólo del lenguaje, sino también de cómo se gramaticalice ese lenguaje.

Pese a no ser trascendente, esa indicación abstracta sobre la verdad lógica procura una beneficiosa ganancia de generalidad y, además, una conexión digna de nota entre la lógica y la gramática. Sobre la base de esta teoría se determina qué oraciones de un lenguaje se tienen que considerar lógicamente verdaderas en cuanto que se ha precisado dos cosas acerca del lenguaje: su gramática y su predicado verdad. Dicho con la jerga de la mecánica: la lógica es la resultante de dos componentes: la gramática y la verdad.

Capítulo 5

EL ALCANCE DE LA LOGICA

Las afinidades de la identidad con la teoría lógica

Varias de las definiciones de la verdad lógica que hemos considerado suponían la variación de las constituyentes simples de las oraciones compuestas, o la esquematización y la nueva aplicación de la estructura externa de alguna oración compuesta. Y todas esas definiciones se basan en la estructura gramatical.

Pero toda esa actitud respecto de la verdad lógica se ve amenazada por el predicado identidad, '$=$'. A tenor de las definiciones de la verdad lógica que hemos considerado, las verdades de la teoría de la identidad, tales como '$x = x$', o '$(\exists\, y)(x = y)$', o '$\sim (x = y \,.\, \sim (y = x))$', no serían verdades lógicas, porque se falsan al sustituir el predicado '$=$' por otros predicados.

¿Hemos de aceptar la consecuencia de que la verdad '$x = x$' y las demás de su género no son verdades lógicas y considerar, por lo tanto, que la identidad es una noción extra-lógica? ¿Habremos de clasificar el predicado '$=$', junto con los predicados '$>$' y 'ε', como predicados no propios de la lógica, sino de la parte extra-lógica de la matemática? Hay un sentido en el cual esa conclusión parece incluso natural: en efecto, hacia el final del capítulo 1 observamos la típica oblicuidad de las generalidades lógicas; ella fue lo que nos obligó a practicar la ascensión semántica. Pero si incluyéramos a '=' o a cualquier otro predicado en el léxico puramente lógico, entonces tendríamos que reconocer que algunas generalidades lógicas se pueden expresar por cuantificación directa realizada en el lenguaje-objeto; por ejemplo, la generalidad '$(x)(x = x)$'. Este resultado no es agradable. Porque la contraposición entre las generalidades que es posible expresar de ese modo, por cuantificación en el lenguaje-objeto, y las generalidades que exigen ascensión semántica para su expresión indica un punto muy visible por el que es tentador trazar la línea que separa a la lógica de las demás ciencias.

Pero, por otro lado, hay también razones para incluir la teoría de la identidad en la lógica. La teoría de la identidad parece más próxima a la lógica que a la matemática, por ejemplo, porque es, como la lógica pura, una teoría completa. Hay, en efecto, procedimientos completos de demostración no sólo para la teoría de la cuantificación (cfr. (B) del capítulo 4), sino también para la teoría que resulta de unir la teoría de la cuantificación con la teoría de la identidad. Gödel ha mostrado que el axioma

(1) $$x = x$$

y el esquema axiomático

(2) $$\sim (x = y \,.\, Fx \,.\, \sim Fy)$$

se pueden añadir a un procedimiento demostrativo completo de la teoría de la cuantificación para obtener un procedimiento demostrativo completo de la teoría de la cuantificación con identidad[1]. En cambio, el más célebre de los teoremas de Gödel (1931) muestra que, por el contrario, la teoría elemental de los números no es susceptible de ningún procedimiento completo de demostración.

Otro aspecto de la teoría de la identidad por el cual ésta se parece más a la lógica que a la matemática es su universalidad:

[1] V. JEAN VAN HEIJENOORT, ed., *From Frege to Gödel*, Cambridge, Mass., Harvard, 1967, pág. 589 (teorema VII).

la teoría de la identidad trata indistintamente de objetos cualesquiera. Es verdad que cualquier teoría se puede formular con variables generales que puedan tomar valores cualesquiera; pero el hecho es que los únicos valores de las variables que importan para la teoría de los números, por ejemplo, o para la teoría de conjuntos son los números o los conjuntos; en cambio, la teoría de la identidad no conoce ninguna preferencia a este respecto.

Este último rasgo hace pensar que, al igual que la de la cuantificación, la teoría de la identidad es característicamente fundamental. Se llega a la misma convicción por el hecho siguiente: en cuanto que tenemos precisadas, simplemente, las notaciones veritativo-funcionales, las variables y las oraciones abiertas de un lenguaje, hemos precisado lo suficiente para saber qué hemos de considerar definición adecuada de la identidad para ese lenguaje. Cualquier oración abierta cuyas variables libres sean 'x' e 'y' servirá para los fines de '$x = y$' si y sólo si satisface (1) y (2) para todos los objetos, x e y, y para todas las sustituciones de 'Fx' y 'Fy'. Es fácil ver que esas condiciones no permiten ninguna extralimitación vaga: todo par de definiciones de la identidad que cumplan esas condiciones coincidirá también en las atribuciones de identidad que se puedan hacer sobre la base de cada una de ellas. Representemos, en efecto, dos de esas versiones de la identidad por '$x =_1 y$' y '$x =_2 y$'. Por (2), '$\sim (x =_1 y \,.\, Fx \,.\, \sim Fy)$' vale para cualquier sustitución de 'Fx' y 'Fy'. Por lo tanto,

$$\sim (x =_1 y \,.\, x =_2 x \,.\, \sim (x =_2 y)).$$

Pero, por (1), $x =_2 x$. Consiguientemente:

$$\sim (x =_1 y \,.\, \sim (x =_2 y)).$$

Y, análogamente, $\sim(x =_2 y \,.\, \sim (x =_1 y))$. Dicho brevemente: $x =_1 y \,.\, \equiv \,.\, x =_2 y$.

Reducción de la identidad

También la siguiente notable circunstancia permite apreciar la afinidad de la teoría de la identidad con la lógica. Todo lenguaje cuya gramática sea del tipo que hemos llamado normado dispone de un predicado identidad sin necesidad de añadirle supuestos específicos sobre esta noción. Aunque no es posible definir la identidad sobre la mera base de las funciones veritativas y la cuantificación, sin embargo, es posible definirla —la identidad misma o un facsímil de ella tan útil como ella misma— en los sistemas que cuentan con funciones veritativas y cuantificadores.

El método de esa definición saltará a la vista contemplando el ejemplo siguiente. Considérese un lenguaje normado cuyo léxico de predicados conste de un predicado monádico 'A', dos predicados diádicos, 'B' y 'C' * y un predicado triádico 'D'. Con eso podemos definir 'x' $= y$ como abreviatura de

$$(3) \qquad Ax \equiv Ay \; . \; (z)(Bzx \equiv Bzy \; . \; Bxz \equiv Byz \; . \; Czx \equiv Czy \; . \; Cxz \equiv Cyz \; . \; (z')(Dzz'x \equiv Dzz'y \; . \; Dzxz' \equiv Dzyz' \; . \; Dxzz' \equiv Dyzz')).$$

El plan de esa definición es el agotamiento de las combinaciones. Según esa definición '$x = y$' nos dice que los objetos x e y son indistinguibles [indiscernibles] respecto de los cuatro predicados; que son indistinguibles el uno del otro incluso en sus relaciones con cualesquiera otros objetos z y z', siempre que esas relaciones se expresen por oraciones simples. Pero se puede mostrar que, si (3) es válido, entonces los objetos x e y son indistinguibles para cualquier oración —simple o compuesta— que se pueda formular en el lenguaje dado.

Puede ocurrir que los objetos tomados como valores de las variables de la cuantificación no sean completamente distinguibles entre sí respecto de los cuatro predicados. Si eso ocurre, (3) no define la identidad genuina, pero el fallo no es observable desde dentro del lenguaje mismo; desde ese punto de vista interno, (3) monta tanto como la identidad. Es fácil comprobar que el axioma (1), '$x = x$', resulta ser una verdad de la estricta lógica de la cuantificación y las funciones veritativas con sólo que '$=$' quede definido en cualquier caso por (3). Y también

* Este predicado 'C', llamado así por el autor por simple rutina alfabética, no se puede confundir con el predicado de concatenación (también simbolizado por la letra 'C') a causa de que el predicado de concatenación es triádico ('$Czxy$' se lee: 'z es la concatenación de x e y').

se puede mostrar que (2) resulta ser del mismo modo un esquema válido de la teoría de la cuantificación [2].

Este método de definir o de simular la identidad depende de la finitud del léxico de los predicados, porque el análogo de (3) para un léxico de predicados infinito no llegaría nunca al punto final. Lo normal es que se pueda definir la identidad incluso cuando el lenguaje cuenta con una infinidad de predicados; pero no siempre [3]. En cualquier caso, la infinidad de predicados nos apartaría, naturalmente, de nuestra gramática normada; requiere alguna construcción gramatical más para producir predicados complejos, porque un léxico no puede ser sino finito.

En mi opinión, el resultado global de todo eso es que la teoría de la identidad tiene más afinidad con sus vecinos de la lógica que con sus vecinos de la matemática: pertenece a la lógica. Y, sin embargo, al comienzo del capítulo se nos presentó como una amenaza a nuestras definiciones de la verdad lógica, estructuralmente concebidas. ¿En qué situación estamos, pues?

Es notable que la reconciliación de los dos datos proceda de la consideración misma que más ha influido en que incluyamos la teoría de la identidad en la lógica, a saber, de la definibilidad de la identidad tal como la ilustra (3). Si, en vez de incluir '$=$' en el léxico del lenguaje-objeto, como un simple predicado, entendemos todas las ecuaciones como meras abreviaturas de oraciones complejas, según lo indica (3), todas las leyes de la identidad se convierten en meras abreviaturas de verdades lógicas de tipo puramente cuantificacional, o sea, en verdades lógicas en el sentido del capítulo anterior. Así podemos mantener la concepción estructural de la verdad lógica.

La teoría de la identidad se suele estudiar normalmente haciendo abstracción de todo lenguaje-objeto concreto y de todo concreto léxico de predicados; en este caso podemos considerarla como una teoría esquemática. Por lo demás, ya en la lógica de las funciones veritativas y de los cuantificadores predomina el estilo esquemático; utilizamos las letras esquemáticas predicativas para representar predicados que no precisamos de un lenguaje también sin precisar, y para representar las oraciones compuestas abiertas que se pueden construir con aquéllos.

[2] La demostración procede como en mi *Mathematical Logic*, § 18.
[3] V. QUINE, *Set Theory and Its Logic* [La teoría de conjuntos y su lógica], Cambridge, Mass., Harvard, 1969, pág. 15.

Del mismo modo la notación '$x = y$' se puede entender esquemáticamente como representante de la oración compuesta a que darían lugar esos predicados sin precisar mediante la construcción tipificada en (3).

La teoría de conjuntos

Dejemos la teoría de la identidad y pasemos a la teoría de conjuntos. ¿Pertenece la teoría de conjuntos a la lógica? Mi tesis es que no.

El predicado pertenencia, 'ε', es característico de la teoría de conjuntos, como '$=$' lo es de la de la identidad. Si se considera aislado de cualquier otro tema, el lenguaje de la teoría pura de conjuntos se puede entender como un lenguaje normado en el sentido expuesto hacia la mitad del capítulo 2, pero sin más predicado en su léxico que el predicado 'ε'. De modo que su léxico se reduce a 'ε', 'x', 'y' y 'z', y sus construcciones a la predicación, la negación, la conyunción, la cuantificación existencial y la acentuación de variables.

También se puede proceder de otro modo, sugerido ya al final del mismo capítulo 2: rebajar el predicado único 'ε' al estatuto de partícula. Eso equivale a reducir el léxico a 'x', 'y' y 'z', dando ahora como construcciones la negación, la conyunción, la cuantificación existencial y (en vez de la predicación), la construcción miembro-de. Esta construcción se aplica a dos variables y produce una oración, interponiendo entre aquéllas la partícula 'ε'. El lenguaje de la teoría de conjuntos sigue siendo el mismo, igual si formulamos su gramática del primer modo que si la formulamos de acuerdo con el segundo. Yo preferiré el primero, por su conformidad con nuestra manera más genérica de hablar de lenguajes normados.

Además de 'ε', la teoría de conjuntos cuenta con otra notación muy destacada: '$\{x : Fx\}$', o también '$\hat{x}Fx$', la notación de la abstracción, la cual da nombre a un conjunto sobre la base de una oración abierta que lo determina. Pero, a pesar de su destacada utilidad, esta notación es eliminable mediante paráfrasis de las oraciones que la contienen. Sea por ejemplo la oración '$\{x : Fx\} \,\varepsilon\, y$'. En vez de decir eso podemos decir que $z \,\varepsilon\, y$ para cierto z que es, en realidad, el conjunto $\{x : Fx\}$; y es

muy fácil decir lo que queda por decir, a saber, que z es $\{x : Fx\}$. Se puede decir así: $(x)(x \,\varepsilon\, z\,. \equiv Fx)$. De este modo el contexto del término '$\{x : Fx\}$' en el ejemplo '$\{x : Fx\} \,\varepsilon\, y$' se parafrasea del modo siguiente:

$$(\exists z)(z \,\varepsilon\, y\,.\,(x)(x \,\varepsilon\, z\,. \equiv Fx)).$$

Del mismo modo se procederá con otros contextos inmediatos del término '$\{x : Fx\}$'. Y, una vez que hemos dado razón de los términos de abstracción en todos los contextos deseados, podemos explicar muchas otras conocidas notaciones de la teoría de conjuntos como abreviaturas de términos de abstracción: así, por ejemplo, el complemento $\bar{y}$ es $\{x : \sim(x \,\varepsilon\, y)\}$, la intersección $y \cap z$ es $\{x : x \,\varepsilon\, y\,.\,x \,\varepsilon\, z\}$, la unión $y \cup z$ es $\{x : x \,\varepsilon\, y$ o bien $x \,\varepsilon\, z\}$, el conjunto vacío, Λ, es $\{x : \sim(x = x)\}$, el conjunto unidad $\{y\}$ es $\{x : x = y\}$, el conjunto $\{y, z\}$ es $\{y\} \cup \{z\}$, y el par ordenado $\langle y, z\rangle$ es $\{\{y\}, \{y, z\}\}$.

En la última parte del capítulo 3 se observó que hay varias teorías de conjuntos, las cuales no difieren sólo en cuanto a formulación, sino también por su contenido, o sea, respecto de la cuestión de cuáles son los conjuntos cuya existencia se afirma. Entre esas variantes puede perfectamente haber una teoría de conjuntos que, en última instancia, no sea plenamente traducible a forma normada con 'ε' como predicado único. Lo corriente, de todos modos, es que baste con esos fundamentos, razón por la cual nos conviene aferrarnos a esa base, siempre que ello nos sea posible, en vez de optar por definir 'ε' y los signos lógicos sobre la base de otras notaciones. La ventaja del proceder aconsejado es la normalización del lenguaje y, consiguientemente, la comodidad o facilidad que se tiene en la comparación de los varios sistemas de teoría de conjuntos. Las teorías de conjuntos exigen, por otra parte, constantemente que se las compare unas con otras, precisamente porque no conocemos entre ellas ningún sistema que sea claramente mejor que los demás.

Los primeros exploradores de la lógica moderna entendieron que la teoría de conjuntos era lógica pura: tal es el caso de Frege, Peano, y de varios continuadores suyos, principalmente Whitehead y Russell. Frege, Whitehead y Russell se absorbieron en la tarea de reducir la matemática a la lógica; en 1884 Frege declaró que por esa vía había demostrado, refutando a Kant, que las verdades de la aritmética son analíticas. Pero la lógica capaz de albergar esa reducción de la matemática era una lógica que incluía la teoría de conjuntos.

La teoría de conjuntos vestida con piel de cordero

Esta tendencia a entender la teoría de conjuntos como lógica en sentido estricto ha dependido siempre de una sobrestimación del parentesco entre la noción de miembro-de [relación de pertenencia] y la predicación. En esto se suele deslizar una noción intermedia —la de atribución de atributos— que exacerba la ilusión de continuidad.

En la inocente expresión '*Fx*' de la lógica de la cuantificación, la letra esquemática '*F*' indica un lugar para un predicado. Dicho más explícitamente: la combinación '*Fx*' indica el lugar de una oración abierta en '*x*' [una oración que es abierta porque tiene la variable libre '*x*']; no tiene importancia la cuestión de si la oración tiene por un lado la '*x*' y por otro un predicado aislado. Lo importante es que al escribir '*Fx*' no hacemos más que simular esquemáticamente oraciones y partes de oraciones; no nos *referimos* a predicados ni a ninguna otra concatenación de signos, ni a atributos, ni a conjuntos. Pero algunos lógicos han adoptado la concepción contraria, y entienden por '*F*' una variable de atributos, y '*Fx*' en el sentido '*x* tiene *F*'. Algunos de ellos, los atributadictos, lo han hecho con los ojos abiertos; otros se han visto seducidos por una confusión.

La confusión empieza en forma de confusión de signo con objeto, que es confusión entre la mención de un signo y su uso. En vez de entender sistemáticamente, coherentemente '*F*' como *algo que se encuentra en el lugar* de un predicado por precisar, el lógico confundido lo entiende la mitad de las veces como algo que *nombra* a un predicado por precisar. Y así '*F*' se ve ascendida al estatuto de nombre, y el lógico confundido puede leer '*Fx*' como si dijera '*x* tiene *F*' sin que le duela el oído gramatical. Cuando ha llegado a ese punto, puede ya redondear su confusión diciendo que '*F*' es un atributo. Y esto armoniza su uso con el del lógico nada confuso, pero pródigo, que nada entre atributos con los ojos abiertos.

El lógico pródigo se puede representar por Frege. El lógico confundido es Russell, a pesar de la grandeza de sus aportaciones.

Los cuantificadores '$(\exists F)$' y '(F)' son el meollo del asunto. Poco después de la mitad del capítulo 2 tuve ya ocasión de lamentar ese tipo de cuantificación. Creo que vale la pena desarrollar ahora más detalladamente mis objeciones.

Empecemos por considerar algunas cuantificaciones ordinarias: '$(\exists x)$ (*x* pasea)', '(x) (*x* pasea)', '$(\exists x)$ (*x* es primo)'. La oración abierta que sigue al cuantificador presenta a '*x*' en una posición en la que podría estar un nombre: el nombre propio de un paseante, por ejemplo, o el de un número primo. Las cuantificaciones no quieren decir que los nombres propios pasean o que son primos; dicen que pasean o que son primos cosas que podrían ser nombradas *por* nombres propios puestos en las posiciones de '*x*'. Por lo tanto, colocar la letra predicativa '*F*' en un cuantificador es tratar de repente las posiciones de predicado como posiciones de nombre propio y, consiguientemente, tratar los predicados como nombres propios de entidades de algún tipo. Los cuantificadores '$(\exists F)$' y '(F)' no dicen que algunos o todos los predicados sean de tal o cual modo, sino que algunas o todas las entidades de cierta especie, que son nombradas por los predicados, son de tal o cual modo. El lógico que se da cuenta de esta circunstancia y, a pesar de ello, sigue cuantificando a '*F*' puede decir que esas entidades son atributos; los atributos son para él los valores de '*F*', las cosas que constituyen el campo de variabilidad de '*F*'. El lógico confundido, por su parte, puede decir que esas entidades, los valores de '*F*', son predicados. Pero es porque no se da cuenta de la diferencia que hay entre la *simulación* esquemática de predicados y el discurso cuantificacional acerca de predicados, por no hablar ya del discurso acerca de atributos.

Ya la vía del primero de esos dos lógicos es lamentable. Sostuve en el capítulo 1 que las proposiciones son indeseables: lo mismo digo de los atributos. Los atributos son a los predicados o a las oraciones abiertas lo que las proposiciones son a las oraciones cerradas. Los atributos se parecen a las proposiciones en cuanto a lo inadecuados que resultan todos los intentos de identificarlos, de conseguir su individuación. Los conjuntos se pueden identificar bien mediante el *principio de extensionalidad*, que declara que dos conjuntos cuyos miembros sean los mismos son el mismo conjunto; pero esa ley no funciona en el caso de los atributos, a menos que se aplique mal la palabra 'atributo', caso en el cual habría que decir 'conjunto'.

Dos oraciones abiertas que sean verdaderas exactamente de las mismas cosas no determinan jamás dos conjuntos, pero sí que pueden determinar dos atributos diferentes. Porque la mismidad de atributos requiere, además de la equivalencia extensional, la sinonimia de las dos oraciones abiertas (en algún sentido de 'sinonimia'); y ya en el capítulo 1 dejamos toda esperanza de dar algún sentido satisfactorio a esa sinonimia.

Por esa razón algunos lógicos entienden que los valores de '*F*' son conjuntos. Yo, por mi parte, lamento el uso de las letras predicativas como variables cuantificables, aun en el caso de que sus valores sean conjuntos. Los predicados tienen como «intensión» o significación atributos (o los tendrían, si los hubiera), y tienen como extensiones conjuntos; pero no son nombres ni de atributos ni de conjuntos. Por lo tanto, las variables que se pueden tomar para la cuantificación no se deben presentar en posiciones de predicado. Les corresponden las posiciones de nombre propio.

Lo mismo se puede decir de otro modo: ni siquiera el lógico que admita atributos debe leer 'Fx' diciendo 'x tiene F', poniendo así a 'F' en posición de nombre propio; que escriba 'x tiene y', o, si prefiere usar variables distintas para los atributos, que escriba 'x tiene ζ'. De modo análogo, el que quiera admitir conjuntos como valores de variables cuantificables que escriba '$x \varepsilon y$', o, si prefiere variables distintas para conjuntos, '$x \varepsilon \alpha$'. Que pase explícitamente a lo que en el capítulo 4 llamé análogos de oraciones y esquemas en la teoría de conjuntos. Pero la letra de predicado 'F', lo mismo que la letra de oración 'p', no es en absoluto una variable que tome valores, sino pura y simplemente una letra esquemática que admite sustitución.

El lógico que sienta la hipótesis de los atributos más afín a su estilo mental que la de los conjuntos puede admitir la cuantificación sobre atributos e introducir a continuación la cuantificación sobre conjuntos, o sobre algún sucedáneo plausible de éstos, mediante un determinado esquema de definición contextual. Tal fue el proceder de Russell. Lo esencial de esa definición consiste en garantizar el principio de extensionalidad para los conjuntos, sin suponer su vigencia para los atributos, pues ese principio es precisamente la única diferencia que hay entre el campo de los conjuntos y el de los atributos. Pero ¿por qué habían de resultarle a Russell más afines los atributos que los conjuntos? Sencillamente, porque no se dio cuenta del lugar en el cual la lógica elemental, con su inocente simulación de predicados, termina su función y da paso al discurso acerca de atributos. La frase 'función proposicional', que tomó de Frege, encubrió la confusión; Russell la usó unas veces para referirse a predicados y otras para referirse a atributos. Consecuencia: algunos creyeron que Russell había derivado la teoría de conjuntos —y, con ella, la matemática en general— de unos principios estrictamente lógicos.

Los continuadores de Hilbert siguieron cuantificando las letras predicativas, obteniendo así lo que llamaron cálculo de predicados de orden superior. Los valores de esas variables son, en realidad, conjuntos, de modo que esa forma hilbertiana de presentar la teoría de conjuntos le presta un engañoso parecido con la lógica. El que la estudia puede pensar que no ha habido ningún añadido drástico a la lógica ordinaria de la cuantificación: total, unos pocos cuantificadores más para letras predicativas que ya se tenía. Pero para darse cuenta de lo engañoso que es ese camino basta con considerar la hipótesis '$(\exists y)(x)(x \varepsilon y . \equiv Fx)$'. Esa hipótesis presupone un conjunto $\{x: Fx\}$, determinado por una oración abierta en el papel de 'Fx'. Esta es la hipótesis central de la teoría de conjuntos, y precisamente la que ha tenido que ser restringida de un modo u otro para evitar las paradojas. Pues bien, esa hipótesis desaparece peligrosamente de la vista en el llamado cálculo de predicados de orden superior. En éste se convierte en '$(\exists G)(x)(Gx \equiv Fx)$', con lo que se infiere evidentemente de la trivialidad genuinamente lógica '$(x)(Fx \equiv Fx)$' por una deducción lógica elemental. Así se ocultan las tambaleantes hipótesis de existencia de la teoría de conjuntos, audaz y astutamente, bajo el tácito paso de la letra esquemática predicativa a la variable cuantificable sobre conjuntos.

La lógica vestida de piel de lobo

Como vemos, los excesos ontológicos del teorizador pueden sustraerse a veces a la percepción del público mediante su disfraz, de lógica. Pero, por equidad, hemos de reconocer también la existencia de una tendencia opuesta, una tendencia a reconocer verbalmente más de lo que de hecho se reconoce, a hablar pomposamente de conjuntos o de atributos cuando basta con la lógica en sentido estricto. La tendencia se manifiesta ya en el lenguaje cotidiano, en el que sirve para abreviar las referencias cruzadas. Uno se puede ahorrar la repetición de una oración en la que no hay que cambiar más que un nombre propio diciendo, por ejemplo: «Lo mismo tenía Eisenhower». El interlocutor puede quedar confundido y preguntar: «¿Lo mismo qué?» Es posible que el otro conteste: «El mismo atributo», o «la misma propiedad». También se suele decir, por ejemplo, que el marino de nacimiento tiene el atributo, la propiedad o el rasgo de no dejarse impresionar por la furia del viento, cuando lo único que se quiere decir es que el marino de nacimiento no se deja impresionar nunca por la furia del viento. Estas referencias retóricas a atributos no pretenden que los atributos sean objetos, y se pueden eliminar fácilmente mediante paráfrasis.

Análogamente, parte del trabajo que se realiza en nombre de la teoría de conjuntos queda totalmente dentro del alcance de la lógica elemental. Esta afirmación se aplica, en particular, a lo que los de las «matemáticas modernas» se permiten llamar teoría de conjuntos. El álgebra booleana de las uniones, intersecciones y los complementos se limita a hacer con otra notación lo que se puede hacer en la parte de la lógica de la cuantificación que no utiliza más letras predicativas que las monádicas. Las variables del álgebra de Boole no se cuantifican y, por lo tanto, se pueden leer como letras esquemáticas predicativas monádicas.

De todos modos, esa vergonzante apelación a los conjuntos tiene algo a su favor. Mediante esa apelación se puede disfrutar de las ventajas de una ontología de conjuntos —dentro de ciertos límites— sin que luego le pasen a uno la factura ontológica; porque es posible eliminar los conjuntos vergonzantes, como simple modo de hablar, mediante una definición contextual, en cuanto que se acerca el cobrador. Pero precisamente en la medida en que ese esfuerzo tenga éxito, precisamente en la medida en la cual se consiga la utilidad de los conjuntos sobre esa base gratuita, en esa misma medida se debilitarán las justificaciones prácticas de una ontología auténtica de conjuntos. Lo que pasa es que no se llegará nunca al éxito de mostrar que una ontología así sea en última instancia superflua; pero sí que se puede mostrar su superfluidad para determinados fines que

acaso parecieran exigirla, mientras que para otros fines tal vez se pueda mostrar que basta con una ontología de conjuntos más modesta de lo que se creía.

La definición clave de estas paráfrasis por definición contextual define conjuntamente la pertenencia y la abstracción, en la combinación '$y \varepsilon \{x: Fx\}$'. El método de la definición contextual, ya recogido hace unas pocas páginas, explicará esa combinación como abreviatura de

(4) $$(\exists z)(y \varepsilon z \,.\, (x)(x \varepsilon z \,. \equiv Fx)),$$

lo cual funcionaría muy bien en una teoría de conjuntos sincera y honrada, pero es perfectamente inútil en nuestro nuevo proyecto de simulación. Por dos razones: primera, porque si, por debajo de nuestra simulación, nos interesara mantener que no hay conjuntos, (4) —que afirma la existencia del conjunto z— sería falso para toda elección de y y para toda oración a la que se atribuyera el papel de 'Fx'. Por lo tanto, así definida, la combinación '$y \varepsilon \{x: Fx\}$' sería siempre falsa y consiguientemente inútil. Segunda, porque la fórmula (4) utiliza ya ella misma el predicado 'ε', mientras que la finalidad de toda la empresa es simular el aparato de la teoría de conjuntos sobre la base de un lenguaje-objeto que carezca de ese aparato.

Necesitamos, pues, otra definición de la combinación '$y \varepsilon \{x: Fx\}$'. No hace falta ir muy lejos para encontrarla: bastará con usar 'Fy'. Convengamos, simplemente, en escribir '$y \varepsilon \{x: Fx\}$' en vez de 'Fy' para todo objeto y y para toda oración abierta en el papel de 'Fy' [4].

También sería agradable contar con una definición contextual de la combinación '$\{x: Fx\} \varepsilon y$', pero ese deseo no será satisfecho: tal es el límite de nuestra simulación de la auténtica teoría de conjuntos. La simulación no irá más allá de lo que se pueda conseguir con la combinación '$y \varepsilon \{x: Fx\}$'.

El alcance de la teoría virtual

Inmediatamente después podemos definir las corrientes notaciones '$\{z\}$', '$\{z, z'\}$' y 'Λ' por '$\{x: x = z\}$', '$\{x: x = z$ o bien $x = z'\}$' y '$\{x: \sim(x = x)\}$'; también podemos definir

[4] Esta convención impone algunas precisiones técnicas que aquí paso por alto. V. mi *Set Theory and Its Logic*, págs. 16 ss.

'V', el conjunto universal, por '$\{x: x = x\}$'. Pero, desde luego, esas definiciones autorizan el uso de las notaciones '$\{z\}$', '$\{z, z'\}$', 'Λ' y 'V' sólo en posiciones que sigan a 'ε'.

Para facilitar la exposición ulterior de esta simulación adoptaremos las letras 'α', 'β', etc., como letras esquemáticas destinadas a las posiciones de *abstractos*, o sea, de términos de la forma '$\{x: Fx\}$'. Puesto que son letras esquemáticas, esas letras no son variables cuantificables. Hecho eso, pasamos a las definiciones obvias de las notaciones del álgebra booleana de conjuntos:

'$\bar{\alpha}$' se define por '$\{x: \sim (x \varepsilon \alpha)\}$'
'$\alpha \cap \beta$' se define por '$\{x: x \varepsilon \alpha . x \varepsilon \beta\}$'
'$\alpha \cup \beta$' se define por '$\{x: x \varepsilon \alpha$ o bien $x \varepsilon \beta\}$'
'$\alpha \subseteq \beta$' se define por '$\sim (\exists x)(x \varepsilon \alpha . \sim (x \varepsilon \beta))$'.

Junto con esas definiciones estamos imaginando, naturalmente, algún lenguaje-objeto normado, con su léxico de predicados. Al utilizar el signo de identidad en las definiciones de '$\{z\}$', '$\{z, z'\}$', 'Λ' y 'V' hace un momento he supuesto que '$x = y$' estaría definida sobre la base de los predicados del lenguaje-objeto del modo ilustrado por (3), al principio de este capítulo. Ahora bien, así definida, '$=$' vale sólo para ser usada entre variables, no entre abstractos (ni entre 'α' y 'β', por lo tanto). Pero es fácil definir '$=$' entre abstractos. Como todas las presencias de abstractos admitidas en esta simulación se producen después de 'ε', la misma idea que nos condujo a (3) arroja automáticamente, como definición de '$\alpha = \beta$', la expresión '$(x)(x \varepsilon \alpha . \equiv . x \varepsilon \beta)$'. O, si decidimos aprovechar el signo de inclusión '$\subseteq$', el último antes definido, '$\alpha = \beta$' se reduce a '$\alpha \subseteq \beta . \beta \subseteq \alpha$'. La identidad '$\{x: Fx\} = \{x: Gx\}$' se reduce a '$(x)(Fx \equiv Gx)$'.

Ha llegado el momento de decir algo acerca del par de términos 'conjunto' y 'clase'. Hasta hace poco tiempo se podían usar tranquilamente el uno por el otro. Pero luego se ha aprovechado esa superfluidad de términos para señalar una distinción técnica. Algunas teorías de conjuntos obvian las paradojas por el procedimiento de declarar que algunas clases no son miembros de nada. Tras de lo cual reservan la palabra 'conjunto' para usarla en el sentido más estrecho de clases que son miembros de algo. Voy a llamar a las otras clases *últimas*. 'Conjunto' y 'clase' siguen siendo términos intercambiables para las teorías de conjuntos que no conozcan clases últimas.

Ahora bien: nuestra definición de '$y \varepsilon \{x: Fx\}$' por 'Fy' nos suministra una simulación que lo es más de clases últimas que de conjuntos en sentido estricto, porque no permite expresiones abstractas '$\{x: Fx\}$' situadas a la izquierda de 'ε'. Por esta razón digo que nuestra simulación de la auténtica teoría de conjuntos es una *teoría virtual de las clases*, o *teoría de las clases virtuales*: no una teoría de conjuntos. Pese a lo cual hay que seguir insistiendo en que se trata sólo de una simulación, incluso así limitada: es una teoría que no suministra clases genuinas. Pues incluso una clase última, $\{x: Fx\}$, si realmente fuera admitida y no simplemente simulada, tendría que ser admitida como valor de las variables cuantificables. Tendríamos que poder decir que $(\exists z)(z = \{x: Fx\})$, y también tendríamos que poder aplicar a '$\{x: Fx\}$' cualquier generalidad de la forma '$(z)(Gz)$', para inferir que $G\{x: Fx\}$. En cambio, nuestra definición no da sentido a esas operaciones.

Supongamos que el lenguaje-objeto no hable en absoluto de clases, no contenga a 'ε' en su léxico y que su universo no abarque más que individuos, no clases. En este caso la teoría virtual de las clases que se construya sobre ese lenguaje-objeto tiene como efecto la simulación de clases de individuos. Pero su simulación de esas clases tiene un límite: no puede cuantificar sobre ellas. Tampoco puede simular siquiera clases de clases, clases de conjuntos. En particular, no alcanza a simular pares ordenados. Por lo tanto, queda fuera de su alcance el modo corriente de introducir las relaciones en la teoría de conjuntos, a saber, su introducción como clases de pares ordenados.

Pese a ello podemos simular relaciones mediante una definición paralela a la que hemos dado de '$y \varepsilon \{x: Fx\}$'. Podemos definir contextualmente una relación de abstracción de relaciones, '$\{xx': Fxx'\}$', que dé nombre a la relación de toda cosa x con toda cosa x' tales que Fxx'. Definimos '$\{xx': Fxx'\}$' en el contexto 'tiene... con'; o sea, decimos qué quiere decir que y tiene $\{xx': Fxx'\}$ con y', a saber —y como es obvio—, Fyy'. Sobre esa base se puede desarrollar una teoría virtual de las relaciones mucho más elaborada que la teoría virtual de las clases [5].

[5] En mi *Set Theory and Its Logic*, §§ 2-3, se tiene un tratamiento más amplio de la teoría virtual de clases y relaciones, así como referencias a los trabajos anteriores de R. M. MARTIN y otros.

Desde luego que de la auténtica teoría de conjuntos se pueden derivar muchas cosas que no podemos obtener de esas pálidas simulaciones de clases y relaciones. Pero si, contra lo supuesto en el penúltimo párrafo, admitimos que el lenguaje-objeto contenga en su léxico a 'ε' y un modesto acervo de clases reales en su universo, podemos conseguir una modesta ampliación del alcance añadiendo la teoría virtual con objeto de obtener clases y relaciones virtuales de clases reales.

Hemos visto antes, en este mismo capítulo, que la frontera entre la lógica y la teoría de conjuntos se puede oscurecer mucho. Precisamente para confirmarlo con más datos he tenido interés en esbozar en estas páginas la teoría virtual de clases y relaciones. Pero no deseo, en cambio, sugerir con ello que la frontera carezca de importancia o sea vaga. Por el contrario, la considero importante y digna de clarificación.

La teoría virtual de clases y relaciones es efectivamente lógica, lógica pura disfrazada. Pero en cuanto que se admite a 'ε' como predicado genuino y se admiten clases como valores de las variables cuantificables, nos embarcamos en una teoría sustantivamente matemática. En cuanto que zarpamos, con esas admisiones, quedamos fuera del alcance de los procedimientos demostrativos completos y entramos en un dominio ocupado por doctrinas en competición. Y no es ningún defecto de las versiones estructurales de la verdad lógica el que excluyan del campo de la lógica la auténtica teoría de conjuntos.

Cuantificación simulada de clases

Fue el interés por el estatuto de la teoría de conjuntos lo que nos movió a estudiar la simulación de objetos. La teoría de conjuntos simulada es lógica pura; la teoría real de conjuntos no lo es. Pero la simulación de objetos tiene interés también aparte de ese problema y para dominios que no son el de la teoría de conjuntos. Por eso vamos a estudiarla un poco más.

Al asumir sinceramente y sin simulaciones la teoría de conjuntos asumimos su vocabulario y su ontología. Admitimos a 'ε' en nuestro léxico y admitimos clases en el campo de valores de nuestras variables. En cambio, cuando simulamos la teoría de conjuntos por medio de una teoría virtual nos limitamos a simular la admisión de 'ε', que en realidad definimos contextualmente. Por el lado ontológico la simulación es aún más transparente, porque adoptamos letras esquemáticas de clases que sugieren variables, pero nos abstenemos de cuantificarlas.

En este punto se le ocurre a uno la idea de perfeccionar la simulación simulando también la cuantificación sobre los objetos simulados. Cualquier reforzamiento que consiguiéramos tomar de prestado de la teoría de conjuntos por ese procedimiento —rebasando lo ya obtenido por la teoría virtual— sería la misma ganga filosófica de siempre: no nos costaría nada porque las definiciones contextuales seguirían disculpando toda la notación como simple manera de decir, eliminable en cuanto lo requiriera el cobrador.

Y efectivamente hay cuantificaciones limitadas que se pueden definir contextualmente. Supongamos que los predicados monádicos del léxico de nuestro lenguaje-objeto sean exactamente cien: 'P_0', 'P_1', ..., 'P_{99}'. Como hemos subrayado hace poco, los predicados no son nombres propios, sus posiciones no están disponibles para variables cuantificadas. Pero, a pesar de ello, podemos introducir, por medio de una definición contextual, un tipo nuevo de variable cuantificada, por ejemplo 'α', 'β', etc., precisamente para esas posiciones. Tomemos, en efecto, cualquier oración, por compleja que sea, que contenga, digamos, el predicado 'P_0' en uno o más lugares. Dibujemos esa oración así: '$—P_0—$'. Ahora podemos explicar la nueva cuantificación existencial aludida, '$(\exists\alpha)(—\alpha—)$', como abreviatura de la siguiente disyunción de cien miembros:

$$—P_0— \text{ o bien } —P_1— \text{ o bien... o bien } —P_{99}—.$$

Por su parte, '$(\alpha)(—\alpha—)$' será la abreviatura de una conyunción de cien miembros. De este modo cada uno de los cien predicados se convierte —sin más trascendencia que la de la mera manera de decir— en nombre de un nuevo objeto ficticio, supuesto valor de la nueva variable cuantificable 'α'. Podemos adoptar esta convención de abreviatura para cualquier elección de una oración en el papel de '$—P_0—$' y para cada una de las variables en el lugar de 'α'. Al final, pues, los predicados se han convertido en nombres propios: pero sólo como manera de hablar que se puede eliminar a voluntad mediante paráfrasis.

Así contamos con cien objetos ficticios más, o no con tantos, si queremos que dos predicados o más sean nombres propios de un mismo objeto nuevo. Pero esta última decisión no será admisible más que si los dos o más predicados tienen la misma extensión, son verdaderos exactamente de las mismas cosas. Pues mientras haya algún x tal que $P_i x \,.\, \sim P_j x$, no nos interesará que los dos predicados sean nombres del mismo valor de 'α', porque no nos interesará que $\alpha x \,.\, \sim \alpha x$.

Y si hay entre los cien predicados algunos que tengan la misma extensión, ¿insistiremos en tener un centenar justo de objetos ficticios y todos diferentes como objetos nombrados por aquéllos? Desde luego que no más de cien objetos diferentes, porque no nos interesa que un predicado funcione ambiguamente como nombre de dos objetos. Pero ¿por qué no exigir el centenar entero de objetos, admitiendo así que predicados de la misma extensión sean nombres propios de objetos diferentes? Esta pregunta resucita una distinción registrada hace poco: la diferencia entre la concepción de los predicados como nombres de atributos y la concepción de los predicados como nombres de clases. ¿Qué queremos que sean esos nuevos objetos ficticios nombrados por los cien predicados? ¿Atributos o clases?

La cuestión se reduce, desde luego, al modo de definir nuestras nuevas ecuaciones '$P_i = P_j$', o '$\alpha = \beta$'. Se puede suponer que la corriente '$x = y$' está ya definida en la forma de (3); pero la definición de '$=$' entre predicados, en su nueva apariencia de nombres propios, es un paso ulterior. Se puede presumir que consistirá en explicar '$P_i = P_j$' como abreviatura de alguna oración larga, O_{ij}, que contenga esos dos predicados; para cada par de predicados la oración será la misma, salvo para i y j; y, en particular, O_{ii} será verdadera. Si se asegura todo eso, entonces la pregunta que nos interesa —¿pueden nombrar objetos diferentes predicados de la misma extensión?— recibe una respuesta negativa, del modo siguiente.

Suponemos que nuestro lenguaje-objeto tiene la gramática normada (capítulo 2). Pero todo lenguaje así es *extensional*, o sea, que en él los predicados que tienen la misma extensión son intercambiables *salva veritate* [6]. Ninguna oración del lenguaje se puede convertir de verdadera en falsa porque se cambie en ella una presencia de un predicado por otro predicado de la misma extensión. Supongamos, pues, que 'P_i' y 'P_j' tienen la misma extensión; entonces, como O_{ii} es verdadera, también será verdadera O_{ij}. Dicho brevemente: '$P_i = P_j$' es válido para 'P_i' y 'P_j' de la misma extensión. Por lo tanto, los objetos ficticios nombrados por los predicados se comportan más como clases que como atributos.

[6] También en este caso se trata esencialmente de la demostración del § 18 de mi *Mathematical Logic*.

Esta simulación es trivial por su carácter finito: no hay más que cien clases ficticias, o acaso menos. Por eso podemos apelar a la disyunción y la conyunción para definir '$(\exists\alpha)$' y '(α)'. Complicando un poco las definiciones podríamos recoger más valores ostensibles de las variables, a saber, todas las clases que se pueden obtener de esas cien o menos de cien mediante la intersección, la unión y la complementación booleanas u otras varias operaciones; la razón es que también estas clases serán en número finito. No vamos a perder tiempo en considerarlas. Atendamos más bien a otro ejemplo —diferente, pero todavía más trivial— de cuantificación contextualmente definida sobre objetos ficticios.

Otra cuantificación simulada

Las oraciones no son nombres propios. Sus posiciones no se pueden reservar para variables cuantificables. Y, sin embargo, el procedimiento de la definición contextual nos permite introducir fácilmente un nuevo estilo de variable cuantificable, 'p', 'q', etc., precisamente para ocupar esas posiciones. Tomemos, en efecto, una oración compuesta y pongamos la letra 'p' en el lugar de una oración constituyente cerrada. Dibujemos el resultado así: '—p—'. Deseamos definir una nueva cuantificación, '(p)(—p—)', de tal modo que sea verdadera de una vez para siempre si y sólo si la expresión '—p—' resulta verdadera para toda sustitución de la letra 'p' por oraciones cerradas. Reflexionemos una vez más acerca del carácter extensional de nuestro lenguaje-objeto, con el fin de ver cómo podemos formular la definición requerida. Cuando se trata de oraciones cerradas extensionalidad quiere decir simplemente que todas las que sean verdaderas serán intercambiables en todos los contextos *salva veritate*, y que también lo serán las falsas entre ellas. De eso se sigue que la expresión '—p—' resultará verdadera para *todas* las sustituciones de 'p', con sólo que resulte verdadera para *dos* sustituciones: una sustitución por una oración verdadera y una sustitución por una oración falsa (ambas cerradas, naturalmente). Consiguientemente, podemos definir con sencillez la cuantificación '$(p)(—p—)$' por la conyunción:

$$—(\exists x)\,P_0x— \,.\, — \sim (\exists x)P_0x—,$$

conyunción en la cual la oración cerrada '$(\exists x)P_0x$' es una oración cualquiera. De modo paralelo podemos definir la cuantificación existencial '$(\exists p)(—p—)$' por la disyunción

$$—(\exists x)P_0x— \text{ o bien } — \sim (\exists x)P_0x—.$$

De este modo las oraciones cerradas se convierten —sólo como manera de decir— en nombre, cada una de ella, de un nuevo objeto ficticio, supuesto valor de la nueva variable cuantificable 'p'. Se puede decir que esos objetos ficticios son los valores veritativos, y que las oraciones verdaderas son nombres de uno de ellos y las oraciones falsas son nombres del otro. Esta noción de las oraciones como nombres de los valores veritativos, que se remonta a Frege, se reconstruye, pues, aquí como simple manera de hablar eliminable.

El ejemplo que sigue tiene más sustancia. Supongamos como punto de partida un lenguaje-objeto de la teoría elemental de los números. Ese lenguaje tiene notaciones para las funciones veritativas y para la cuantificación; admitamos que también cuenta con el predicado identidad y los functores suma y producto (aunque, estrictamente hablando, y como ya se observó en el capítulo 2, éstos se reducirían en la gramática normada a otros predicados). Los valores de las variables son exclusivamente los enteros positivos. Pero podemos introducir la notación fraccional 'x/y' para expresar razones mediante la siguiente definición contextual:

'$x = y/z$' y '$y/z = x$'	se definen por	'$y = x\ \ z$'
'$x/y = z/w$'	se define por	'$x \cdot w = y \cdot z$'
'$x + y/z$' y '$y/z + x$'	se definen por	'$(x \cdot z + y)/z$'
'$x/y + z/w$'	se define por	'$(x \cdot w + y \cdot z)/(y \cdot w)$'
'$x \cdot (y/z)$' y '$(y/z) \cdot x$'	se definen por	'$(x \cdot y)/z$'
'$(x/y) \cdot (z/w)$'	se define por	'$(x \cdot z)/(y \cdot w)$'

Obsérvese que todas las explicaciones de la columna derecha se expresan con los términos de la aritmética de los enteros, o bien se pueden reducir a esos términos por medio de las definiciones que las preceden o acompañan.

Como se ve, toda ecuación que hable de sumas y productos de razones, o de razones y enteros a la vez, se puede parafrasear paso a paso, de acuerdo con esas definiciones contextuales, hasta que al final no hable más que de sumas y productos de enteros. De este modo obtenemos lo que podríamos llamar una teoría virtual de los números racionales, sin cuantificación, por el momento, sobre razones. Pero el paso siguiente nos lleva con facilidad a una cuantificación sobre razones definidas contextualmente. Decir que algo vale para toda (o para alguna) razón r es lo mismo que decir que, para todos (o para algunos de) los enteros x, y, eso mismo vale para x/y. De este modo pasamos de la teoría elemental de los enteros positivos a la plena teoría elemental de las razones positivas, sin añadir a nuestra base más que meras maneras de hablar. Las razones se recogen puramente como nuevos números ficticios, pero con toda la fuerza de la cuantificación.

A diferencia de los dos ejemplos anteriores de definición contextual de la cuantificación sobre objetos ficticios, éste posibilita la cuantificación sobre infinitos objetos ficticios. Pero, de todos modos, también este ejemplo es posible gracias a la finitud en cierto sentido: cada uno de los nuevos objetos x/y, infinitos en número, está determinado por un número finito —dos— de los antiguos objetos.

El gusto que da esta ampliación ontológicamente gratuita del dominio de la teoría elemental de los números disminuye al pensar que también es posible (mediante métodos sobre los cuales no voy a alargarme aquí) reinterpretar la teoría elemental de las razones en el marco de la teoría elemental de los números sin necesidad de la cuantificación que acabamos de definir. Esta situación es, por lo demás, característica: la definición contextual de la cuantificación simulada sobre objetos simulados es en general una reconstrucción improductiva.

Apéndices

La última definición de la verdad lógica dada en el capítulo 4 era de una atractiva generalidad. Coincidía con las demás en su aplicación a los lenguajes-objeto del estilo considerado, pero, además, tenía un sentido interesante al ser aplicada a lenguajes de gramática diferente de la normada. Aquella definición declaraba lógicamente verdadera a una oración cuando fueran verdaderas todas las oraciones que compartieran su estructura gramatical. Consideremos ahora cómo funciona esta concepción amplia de la verdad lógica cuando se complementa la gramática normada de un modo que parece necesario.

Ya hacia el final del capítulo 2 y a propósito de los adverbios quedó en entredicho la adecuación de nuestra gramática normada. Consideramos entonces la posibilidad de añadir una categoría gramatical que comprendiera los adverbios, y también una construcción gramatical que tomara como constituyentes un predicado y un adverbio y produjera un predicado complejo. Según eso la oración

(5) $\sim (\exists x)\,(x \text{ pasea rápidamente } .\ \sim (x \text{ pasea})),$

o sea, 'Todo lo que pasea rápidamente pasea', sería lógicamente verdadera según la definición amplia de la verdad lógica sobre la base de la enriquecida estructura gramatical, pero no según la definición de la verdad lógica que limita la atención a las funciones veritativas y a la cuantificación. Este ejemplo favorece a la definición más amplia.

También habría que suplementar los esquemas que facilitan el estudio formal de la lógica, con objeto de recoger casos como (5). Habría que adoptar letras de algún tipo gráfico característico como letras esquemáticas de adverbios y una notación para la adjunción del adverbio al predicado. También habría que arbitrar procedimientos demostrativos que produjeran esquemas válidos del tipo nuevo, entre ellos un esquema que retratara la estructura de (5).

La añadida categoría de los adverbios podría contener adverbios complejos compuestos mediante otras construcciones gramaticales. También podría haber una construcción que produjera adverbios partiendo de predicados: por ejemplo, 'rápidamente' a partir de '(es) rápido'. La definición amplia que recoge la verdad lógica para una estructura gramatical completa se haría entonces con más verdades lógicas, todas las cuales merecerían acaso ese título con la misma razón que (5). Eso suscitaría otra complementación de la notación esquemática y del procedimiento de demostración.

Todo ese aparato lógico complementario para la inclusión de adverbios resulta superfluo si conseguimos que se realice la tarea de los adverbios mediante algún otro plan menos rectilíneo, el de Davidson, por ejemplo, u otro, dentro de las fronteras de nuestra gramática normada. La concepción cuatridimensional, con su eliminación del tiempo verbal, nos suministró ya un beneficio comparable al que así se obtendría, porque nos ahorró la pesada trivialidad de una lógica de los tiempos verbales. La reducción a la gramática normada es reducción a la lógica normada, a la nítida y eficaz lógica de las funciones veritativas y de la cuantificación, cuyos recursos dominamos tan sin problemas. Al parafrasear una teoría en la forma normada programamos en realidad nuestra calculadora lógica normada para que trate los problemas lógicos de esa teoría.

Peter Geach me ha llamado la atención sobre otra rama aparentemente complementaria de la lógica: la lógica de los comparativos. Lo primero que a uno se le ocurre es fundir como prefijo 'más' con los predicados monádicos para obtener predicados diádicos sometidos a las siguientes leyes lógicas:

(6) $\sim (\exists x)\ \textit{más } Fxx,$

(7) $\sim (\exists x)\,(\exists y)\,(\exists z)\,(\textit{más } Fxy\ .\ \textit{más } Fyz\ .\ \sim \textit{más } Fxz).$

Pero esa solución presenta una dificultad semántica. El predicado tolera el prefijo comparativo mientras no sea sistemáticamente vago o elíptico, de modo que no resulte preciso más que en la forma comparativa. Por ejemplo, los predicados diádicos 'es más grande que' y 'es más pesado que' son irreprochables, ¿qué es grande o pesado sin más? En un lenguaje bien regulado lógicamente, 'es más grande que' aparecería como un predicado diádico simple, y la forma positiva 'es grande' —de ser útil— se parafrasearía por 'es más grande que' seguido de una referencia a algún objeto elegido como patrón mínimo adecuado para los fines que se contemplan. De este modo el prefijo 'más' no se concebiría como partícula indicativa de una construcción, sino como una mera sílaba contenida en ciertos predicados diádicos simples que resultan cumplir las condiciones de irreflexividad y transitividad impuestas por (6) y (7).

El superlativo no plantea ningún problema particular, porque en principio es superfluo. '$F_{ísimo}x$' se puede parafrasear así:

$$(\exists y) \text{ más } Fxy \;.\; \sim (\exists y) \text{ más } Fyx.$$

Hacia el final del capítulo 2 hablamos pobremente de los giros de actitud proposicional y de modalidad. Observamos que esos giros hacen que ciertas oraciones se conviertan en constituyentes de construcciones distintas de las funciones veritativas y de las cuantificaciones. Consecuencia de ello es que en esos casos deja de valer la extensionalidad: los predicados de la misma extensión dejan de ser intercambiables. La laguna no tiene nada de absurda, pero parece hecha a propósito para complicar la teoría lógica. También a finales del capítulo 2 se apuntó a su amenaza más grave: que deje de funcionar incluso la intercambiabilidad entre los términos de una identidad, como 'Cicerón = Tulio'. Este fallo violenta lo más elemental de la noción de identidad, a menos que se presente en lugares en que los nombres no sirvan simplemente para referir a sus objetos. Como es natural, si se consideran las cosas estrictamente, este fallo no se producirá de esa forma mientras prescindamos de nombres propios; pero, como se indicó ya en aquellas mismas páginas, se produce entonces de un modo más sutil que tiene que ver con las variables.

En aquel lugar no llegamos a tratar del especial aparato gramatical que se podría utilizar para esas cuestiones de identidad y variables. Adoptamos una conducta más amplia, comparando tres modos de organizar la gramática de las actitudes proposicionales: uno de los procedimientos admitía una construcción de nombres propios a partir de oraciones; otro admitía una construcción de predicados monádicos a partir de predicados diádicos y oraciones; y el tercero admitía una construcción de predicados monádicos partiendo de actitudinales y oraciones. De acuerdo con nuestra ampliada concepción de la verdad lógica, cada una de esas tres soluciones requeriría una complementación propia de las notaciones esquemáticas de la lógica.

Pero resultará instructivo indicar ahora otro procedimiento imaginable más de organizar la gramática de las actitudes proposicionales. Puesto que el vocabulario de actitudinales que se necesita es reducido, podemos descartar esta categoría léxica y tratar cada actitudinal como una partícula que indica una determinada construcción: la construcción es distinta para cada actitudinal, pero toma siempre como constituyente una oración y arroja un predicado monádico. Una de esas construcciones sería la construcción creencia, que suministraría predicados de la forma 'cree que p'; otra sería la construcción deseo, etcétera. Según este planteamiento, 'cree que' y 'desea que' encajarían en los posibles esquemas lógicos en el mismo plano que sus predecesores, más austeros, '$\sim$', '.', '$(\exists x)$'.

Por algún motivo, sin embargo, este resultado no parece admisible. Por algún motivo 'cree que' y 'desea que' parecen demasiado colorísticos como para que se los considere puras partículas lógicas. Pero no menos abigarrados parecen —desde el punto de vista de la gramática— los actitudinales mismos como partículas gramaticales. Su lugar verdadero es, desde el punto de vista gramatical, el léxico. Esas dos intuiciones, la lógica y la gramatical, por vagas que sean, concuerdan muy bien. Y esa concordancia me parece suministrar aún más apoyo a nuestra definición abstracta de la verdad lógica por referencia a la estructura gramatical.

Abandonemos, pues, este extravagante cuarto procedimiento de organizar la gramática de las actitudes proposicionales. Nos quedan los otros tres. Se elija el que se elija, el resultado es una complementación bastante considerable de la gramática, acompañada, curiosamente, por una complementación muy escasa de la lógica. Es verdad que obtenemos nuevos esquemas, esquemas, por ejemplo, que acaso contengan cláusulas como 'Fx (que p)', en las que 'F' ocupa el lugar de algún predicado diádico, como 'cree'. Pero ¿a qué esquema de ese estilo podremos llamar válido? En este punto las modalidades son más productivas. Tratándolas obtenemos, entre otros, el esquema válido '$\sim (\sim p$. necesariamente $p)$'. Y de cada esquema válido, por ejemplo, 'p o bien $\sim p$', obtenemos otro aplicándole el 'necesariamente'; por ejemplo: 'necesariamente (p o bien $\sim p$)'.

Si algún día se obtiene un aparato conceptual más claro que soporte la carga de los giros de actitud proposicional es posible que se consiga, como producto secundario, algunas leyes adecuadas para el tema. Entre los resultados de ello —entre los agradables— se tendría tal vez que las necesidades de los giros de actitud proposicional se pudieran satisfacer mediante un hábil relleno del léxico y de la ontología que no rebasara las fronteras de la gramática normada. En este caso las leyes obtenidas no pertenecerían a la lógica, no serían principios lógicos.

El mantenerse dentro de las fronteras de la gramática normada tiene grandes ventajas. Está, por de pronto, la extensionalidad, a la que nos hemos referido hace poco. Luego se tiene, más en general, la eficacia y la elegancia de la lógica de las funciones veritativas y de la cuantificación. Luego la completitud de esta lógica ((B) del capítulo 4), de la que aún se hablará en el capítulo 6. También se goza de la notable concurrencia de todas las definiciones de la verdad lógica dadas en el capítulo 4: todas ellas delimitan la misma clase de oraciones mientras nos atengamos a la gramática normada y nos permitamos el uso de un vocabulario suficientemente robusto. Esa coincidencia de las definiciones de la verdad lógica hace pensar que con todo eso hemos asido algo sólido e importante.

Capítulo 6

LOGICAS DIVERGENTES

Cambio de lógica es cambio de tema

En el capítulo anterior hemos discutido las fronteras de la lógica. Allí nos preguntamos por dónde pasa, dentro de la totalidad de la ciencia que comúnmente aceptamos, la frontera más sensatamente trazable entre lo que con mayor adecuación se puede llamar la lógica y lo que más vale llamar de otro modo. También nos salimos de la sólida superficie así delimitada para considerar ciertos desarrollos suplementarios que incluiríamos bajo el nombre de lógica si realmente los admitiéramos en la totalidad de nuestra ciencia. Pero nos abstuvimos de considerar la posibilidad de abrir brecha en la sólida superficie delimitada. Lo cual va a ser ahora nuestro tema: la posibilidad de abrogar la lógica ortodoxa de las funciones veritativas y de la cuantificación en favor de alguna lógica divergente.

Ya los mismos sistemas de lógica ortodoxa son muchos y varios. Pero las diferencias entre ellos no tienen la dimensión de una divergencia sistemática. Se trata siempre de una sola lógica expuesta de modos varios y servida de modos también distintos por calculadoras o por procedimientos demostrativos. Delimita con los términos que quieras la totalidad de las verdades lógicas y habrás determinado la lógica con esos términos. No tiene importancia la cuestión de cuáles de esas verdades se elija como axiomas y cuáles reglas se formule para obtener el resto de las verdades lógicas a partir de aquellos axiomas. Tampoco tiene importancia ni siquiera el que uno elija el sistema axiomático para la exposición, u otro tipo de procedimiento demostrativo; o que no adopte ninguno. Todas esas son diferencias sin divergencia. La clase de desviación que ahora hemos de considerar tiene más sustancia. No se trata simplemente de cambiar de métodos de producción de la clase de las verdades lógicas, sino de cambiar esa clase misma. No se trata tampoco de un simple cambio de fronteras entre lo que se ha de llamar verdad lógica y lo que merece el nombre de verdad extra-lógica. Se trata más bien de recusar abiertamente, por considerarla falsa, una parte de nuestra lógica.

A primera vista puede parecer absurda la idea de semejante desviación en el campo de la lógica. Pues ¿qué va a ser concluyente, si ni siquiera lo es la pobre y nuda lógica? Y ¿cuál es el supuesto Tribunal Supremo competente para casar la lógica de las funciones veritativas o de la cuantificación?

Supongamos que alguien propusiera una lógica heterodoxa en la cual todas las leyes que hasta ahora se consideraban reguladoras de la disyunción aparecieran como reguladoras de la conyunción, y viceversa. Es claro que no consideraríamos esa desviación más que como un cambio sin importancia de notación y de fonética. Esa persona ha decidido, por unos motivos poco claros —si es que algunos tenía—, escribir 'y' en lugar de 'o', y viceversa. Y así consideraremos que en realidad esa persona trabaja con nuestra lógica ortodoxa, o se la impondremos traduciendo a ella su lógica divergente.

¿Erraremos al proceder así? ¿Realmente puede estar esa persona nombrando y pensando la conyunción genuina cuando usa a su modo el 'y', y discrepar realmente de nosotros en materia de doctrina lógica acerca de las leyes de la conyunción y de la disyunción? La hipótesis no tiene, evidentemente, sentido. No hay nada que sea una esencia residual de la conyunción o de la disyunción aparte de los sonidos, las notaciones y las leyes de acuerdo con las cuales un individuo usa esas notaciones y esos sonidos.

Preguntémonos, por respeto a las víctimas de una extravagancia muy difundida, qué pasaría si una persona rechazara el

principio de tercio excluso y aceptara como verdaderas, a la vez, una determinada oración y la negación de ésta. Frecuentemente se contesta a esa pregunta afirmando que la ciencia entera quedaría viciada y condenada. Toda conyunción de la forma '$p \,.\, \sim p$' implica lógicamente cualquier oración; por lo tanto, si se acepta como verdaderas una oración y su negación queda uno obligado a aceptar como verdaderas todas las oraciones y, consiguientemente, a destruir toda distinción entre verdadero y falso.

También es fácil oír, como réplica a esa respuesta, que tal vez fuera posible evitar esa cósmica trivialización mediante reajustes compensatorios que refrenaran la deducibilidad indiscriminada de todas las proposiciones a partir de una oración inconsistente del tipo '$p \,.\, \sim p$'. Tal vez pudiéramos, en suma, aderezar de tal modo nuestra nueva lógica que ésta aislara sus contradicciones en un sector fijo, sin dejar por ello de contenerlas.

Mi opinión acerca de ese diálogo es que ninguno de los dos interlocutores sabe lo que se dice. Los dos se creen que están hablando de la negación, '$\sim$', 'no'; pero está fuera de duda que la notación ha dejado de ser reconocible como negación desde el momento en que los dos interlocutores han decidido considerar verdaderas algunas conyunciones de la forma '$p \,.\, \sim p$' y no considerarlas como oraciones que implican cualquier otra oración. En este caso se pone crudamente de manifiesto la debilidad del lógico divergente: cuando intenta negar la doctrina clásica no hace más que cambiar de tema.

La lógica en la traducción

Consideremos el caso, menos fantasioso, de la construcción de un lenguaje desconocido sobre la base del comportamiento observable. Si un hablante de esa lengua asiente al oír una determinada oración compuesta, pero rechaza una de sus constituyentes, contamos con una razón para no reconstruir esa composición entendiéndola como conyunción. Si el indígena en cuestión asiente a una constituyente, pero no a la oración compuesta, tenemos una razón para no construir ésta como disyunción. Esto quiere decir que atribuimos al indígena de la lengua nuestra lógica ortodoxa, o que se la imponemos mediante una traducción tal de su lenguaje que éste encaje en nuestra lógica ortodoxa. La lógica está presente constructivamente en nuestro manual de traducción. Y no hay razón para avergonzarse de ello: hemos de basar la traducción en alguna evidencia, y no disponemos de ninguna otra mejor que esa combinación del comportamiento del indígena y nuestra lógica.

No es la lógica lo único constructivamente inserto en el dispositivo de traducción. Si los indígenas no asienten a una determinada oración emitida mientras llueve, tenemos una razón para no traducir esa oración por 'Está lloviendo'. Desde luego que la oposición del indígena a asentir a una oración determinada nos suministra una razón para no construir la oración como formulación de algo que en aquel momento sería obvio para el indígena. Lo único de que disponemos para seguir adelante en el intento de descifrar un lenguaje sobre la base del comportamiento verbal en circunstancias observables es alguna colección de datos de esa naturaleza.

De todos modos, la lógica se inserta en el dispositivo de traducción de un modo más completo que otros departamentos sistemáticos de la ciencia. La diferencia se localiza en la importancia de la obviedad. Como preparación para el desarrollo de ese punto he de subrayar que estoy utilizando el adjetivo 'obvio/a' en un sentido ordinario, tal como lo usamos en la corriente conducta cotidiana, y sin ningún acento epistemológico. Cuando digo que '$1 + 1 = 2$' es obvia para una comunidad quiero decir pura y simplemente que prácticamente todos los individuos adolescentes y adultos de esa comunidad asentirán a ella sin vacilar, por la razón que sea; y cuando digo que 'Está lloviendo' es obvia en determinadas circunstancias quiero decir exclusivamente que casi todo el mundo, etc., asiente a ella en dichas circunstancias.

En la tarea de construcción de un lenguaje extraño a nosotros nos es útil convertir las oraciones obvias del lenguaje desconocido en oraciones verdaderas de nuestro propio lenguaje y, de ser posible, en oraciones obvias de nuestro lenguaje; esto es lo que hemos intentado precisar hasta este momento. Ahora bien: este canon —«Preservar lo obvio»— basta para determinar, al menos en el ámbito de los valores veritativos, nuestra traducción de *algunas* oraciones de casi todas las ramas, por pequeñas que sean, del conocimiento o del discurso: algunas de ellas ofrecen la casi seguridad de que se calificarán como siempre obvias, obvias sin más (caso de '$1 + 1 = 2$'), o como obvias en circunstancias determinadas (caso de 'Está lloviendo'). Al mismo tiempo hay que reconocer que también en casi cada rama, por pequeña que sea, del conocimiento y del discurso habrá otras oraciones cuya verdad por traducción no estará garantizada de ese modo, porque no serán obvias.

Ocurre, empero, que desde este punto de vista la lógica es un caso especial: toda verdad lógica es obvia, actual o potencialmente obvia. Esto es: toda verdad lógica es obvia sin más, tal como se presenta al interlocutor, o se puede obtener a partir de verdades obvias por medio de una sucesión de pasos cada uno de los cuales es por sí mismo obvio. Al decir esto, por lo demás, repetimos simplemente unas observaciones hechas en el capítulo 4, a saber: que la lógica de la cuantificación [que contiene la de las funciones veritativas] con identidad es susceptible de procedimientos completos de demostración, y que algunos de estos procedimientos construyen oraciones a partir de oraciones manifiestamente verdaderas mediante operaciones que manifiestamente preservan la verdad de las oraciones a que se aplican.

Consiguientemente, se puede decir que la verdad lógica queda garantizada, en cierto sentido negativo, por la traducción. El canon «Preservar lo obvio» condena todo manual de traducción que presente a los hablantes de la lengua extranjera en usos contradictorios de nuestra lógica (dejando aparte los casos triviales de confusiones rectificables producidas en oraciones complejas). Lo negativo de esa garantía es que no nos asegura que todas nuestras oraciones lógicamente verdaderas se conviertan en verdades del lenguaje extranjero; podría ser que algunas de ellas resultaran intraducibles.

El principio de tercio excluso

Otro tema que hay que examinar a propósito de las lógicas divergentes es el que se refiere al principio de tercio excluso, o *tertium non datur*. Esta ley, rechazada en algunas escuelas, se puede escribir de varios modos:

(1) Toda oración cerrada es verdadera o falsa.
(2) Toda oración cerrada o su negación es verdadera.
(3) Toda oración cerrada es verdadera o no verdadera.

Podemos ahorrarnos variantes interpretando la falsedad de una oración como verdad de su negación. Con esto (1) se reduce a (2). En cuanto a (3), parece más modesta que (2). A diferencia, en efecto, de lo que ocurre con (2), lo poco que (3) afirma sigue valiendo aunque cambiemos 'oración cerrada' por 'oración abierta', o por 'orden', e incluso si cambiamos 'verdadera' por 'corta' o 'musical'. La forma de (3) es '(x) (si Fx, entonces Gx o bien $\sim Gx$)', cuya validez se sigue de la validez de 'p o bien $\sim p$'. Pero ¿qué quiere decir que 'p o bien $\sim p$' es válida? No quiere decir sino que resulta verdadera con cualquier oración que se ponga en el lugar de 'p'. Y esto monta, en realidad, tanto como (2), en última instancia, de modo que la diferencia de fuerza entre (2) y (3) es ilusoria. El esquema del principio de tercio excluso, esquema único, es simplemente 'p o bien $\sim p$'.

Pese a su trivialidad, estas últimas observaciones ilustran oportunamente la inanidad de todo intento de discernir la equivalencia en algún sentido preciso dentro del campo de la verdad lógica. La equivalencia lógica, tal como se describió en el capítulo 4, vale entre todas las verdades lógicas.

Por el razonamiento hecho pocas páginas atrás, el que rechaza la ley de tercio excluso cambia de tema. Eso no quiere decir que no tenga razón para proceder así. Al repudiar 'p o bien $\sim p$' está, en realidad, abandonando la negación clásica, o tal vez la disyunción clásica, o acaso ambas. Puede tener sus razones para hacerlo.

La lógica multivalorada es un sistema en el cual se abandona la negación y la disyunción clásicas. Esta clase de lógica fue inicialmente desarrollada por C. S. Peirce el siglo pasado, y luego —e independientemente— por Lukásiewicz. Es como la lógica de las funciones veritativas, con la particularidad de admitir tres o más de esos llamados valores veritativos, en vez de limitarse a verdadero y falso. La motivación de esos estudios fue primariamente de naturaleza matemática abstracta: se trataba de conseguir analogía y generalización. Y, estudiada desde ese punto de vista, la lógica multivalorada es lógica sólo por analogía: es teoría sin interpretar, álgebra abstracta.

Pese a ello, a veces se considera que la lógica trivalorada, o trivalente, es un perfeccionamiento de la lógica clásica. Sus tres valores se llaman verdadero, falso e intermedio. Se define una construcción llamada negación que convierte las llamadas

verdades en las llamadas falsedades y los valores intermedios en valores intermedios. Es evidente que sobre esa base deja de funcionar el principio de tercio excluso. Pero recordemos que, aun en el caso de que decidamos honrar a esa lógica divergente considerándola lógica genuina, los términos 'verdadero', 'falso' y 'negación' pasan a ella desde nuestra lógica sólo a través de una analogía parcial. Lo que quiere decir que la eliminación del principio de tercio excluso es en este caso nominal, pura cuestión verbal.

Invirtamos el planteamiento: dada una lógica trivalente, ¿es posible salvar nominalmente el principio de tercio excluso mediante alguna otra proyección de la terminología clásica? No parece. Sean los tres valores veritativos 1, 2 y 3. Sin duda podemos agrupar los valores 2 y 3 bajo el rótulo común de 'falso', y afirmar así que toda oración cerrada es «verdadera» o «falsa» también en esta lógica. También podemos ahorrarnos términos explicando la falsedad como verdad de la negación, y entonces el procedimiento se concreta así: el valor 1 es el valor verdad y la negación lleva de los valores 2 y 3 al valor 1, y del valor 1 a los valores 2 ó 3. Pero, si es que la negación ha de seguir siendo una función veritativa, aquí hemos de tomar una decisión: la negación habrá de llevarnos siempre de 1 a 2 o siempre de 1 a 3. Ahora bien: cualquiera que sea nuestra decisión, perderemos la ley de doble negación. Supongamos convenido que la negación lleva siempre de 1 a 2; entonces la doble negación llevará de 3 a 1, y de 1 a 2, en vez de volver a 3. De modo que hemos salvado verbalmente el principio de tercio excluso en esa lógica trivalente al precio de la ley de doble negación. Se mire como se mire, la lógica trivalente se mantiene coherente: es el rechazo de la dicotomía clásica verdad-falsedad o de la negación clásica.

Es duro enfrentarse con la recusación de una cosa tan básica. Si alguien pone en duda que la negación clásica tenga sentido, caeremos fácilmente en la tentación de contestar que la negación de cualquier oración cerrada dada se *explica* así: es verdadera si y sólo si la oración dada no es verdadera. Y podemos tener la sensación de que eso termina con el riesgo de sinsentido porque suministra un sentido, un sentido, además, que asegura que toda oración cerrada o su negación será verdadera. Pero la realidad es que esa defensa ignora el tema y es una petición de principio, pues, al explicar la negación como verdadera si y sólo si la oración dada no es verdadera, estamos usando el 'no' clásico que el divergente rechaza. Es justo reconocerle que puede rechazar también la explicación.

La discusión acerca de la dicotomía

Admitiremos, pues, que el divergente puede atacar con coherencia nuestra clásica dicotomía verdadero-falso. La cuestión es: ¿por qué ha de hacerlo? A lo largo de los años se ha aducido razones que van desde algunas nada interesantes hasta otras mejores. La peor de todas es la que proclama que las cosas no se limitan a ser blancas o negras, sino que hay gradaciones. Resulta difícil creer que una observación así tenga algo que ver con la cuestión de la negación clásica, pero es fácil citar textos irresponsables que así lo dicen.

Avanzando de lo malo a lo mejor se tropieza inmediatamente después con la confusión entre conocimiento y verdad. Sin duda hay un extenso campo intermedio de oraciones entre aquellas que sabemos o creemos verdaderas y aquellas que sabemos o creemos falsas; pero eso no impide seguir manteniendo que cada una de esas oraciones del gran terreno intermedio es falsa sin que lo sepamos, o [aut] verdadera sin que lo sepamos. Es posible que una parte de esta dificultad sea una confusión entre (a) saber que algo es verdadero o falso y (b) saber que algo es verdadero o saber que ese algo es falso.

Hay otra razón más respetable para denunciar la dicotomía clásica; es una razón que tiene que ver con las paradojas de la teoría de conjuntos y de la semántica. Volvamos a la clase paradójica de Russell, $\{x: \sim(x \, \varepsilon \, x)\}$ y a la oración que dice que esa clase es miembro de sí misma. La nueva proposición consiste en atribuir a esta oración y a otras parecidas el valor veritativo intermedio. De este modo es posible aceptar tranquilamente la equivalencia —de otra forma tan irritante— entre esas oraciones y sus propias negaciones. Aunque hay que precisar que la negación es ahora la negación reformada propia de la lógica trivalente.

Esa propuesta se debe a Bočvar, 1939. En este caso se evita toda confusión, a diferencia de lo que ocurría con las razones anteriormente recordadas; pero a pesar de ello no es una línea de mi gusto. Pues se opone a la coherente estrategia general a la que llamo máxima de la mutilación mínima o del mínimo de mutilación. La lógica clásica de las funciones veritativas y de la cuantificación está exenta de paradojas y es, dicho sea de paso, un paradigma de claridad, elegancia y buen funcionamiento. Las paradojas no se presentan sino cuando se entra en el terreno de la teoría de conjuntos y en el de la semántica [general]. Intentemos, pues, resolverlas en el marco de la teoría de conjuntos y de la semántica, en vez de seguir la tala también por el territorio, más seguro, de la lógica pura.

El ataque siguiente al principio de tercio excluso procedió de la física: se trata del paradójico principio de indeterminación de la mecánica cuántica, el principio de Heisenberg. Hay magnitudes que es imposible averiguar simultáneamente, y esa imposibilidad no es un mero asunto de la limitación humana, sino una ley física. En esas circunstancias, el mantener un aparato lógico que acoge las resultantes cuestiones vacías —porque de resolución imposible— es un equívoco derroche. Consiguientemente, Birkhoff y von Neumann propusieron en 1936 un sucedáneo —más débil— de la lógica de las funciones veritativas. El nuevo aparato carece de la negación clásica y, por lo tanto, del principio de tercio excluso. En realidad no se trata de una lógica multivalorada, porque ni siquiera tiene una estructura veritativo-funcional. Rosser y Destouches, en cambio, propusieron con la misma finalidad que Birkhoff y von Neumann el uso de la lógica de tres valores.

La mayoría de los teóricos de la mecánica cuántica prescindió de esas reformas del aparato lógico. George Mackey utilizó en alguna medida la lógica de Birkhoff y von Neumann. Pero Popper afirmó posteriormente que esa lógica no puede dar de sí lo que se propone.

Prescindiendo de los aspectos técnicos de la cuestión, yo volvería a recordar la máxima de la mutilación mínima como fundamento de un punto de vista circunspecto. Doy un poco más de importancia a las pretensiones de la física que a las de la teoría de conjuntos, porque no concibo más justificación de la matemática que su aportación a nuestra ciencia integral de la naturaleza. El criterio de importancia es la distancia relativa de los datos observacionales: la física está menos lejos de ellos que la teoría de conjuntos. Pero nunca hay que subestimar los costes de una lógica divergente: se tiene, por de pronto, una gran pérdida de sencillez, sobre todo si la nueva lógica no es siquiera veritativo-funcional, por multivalorada que sea; y hay una pérdida, todavía más grave, por el lado de la familiaridad con el instrumental lógico. Recuérdese lo que nos ocurría hace poco, que ignorábamos la cuestión al enunciar un intento de defender la negación clásica, y cometíamos círculo vicioso. Y eso es sólo un sencillo ejemplo del *handicap* que representa el tener que pensar con una lógica divergente. Es posible que ese precio no sea prohibitivo; pero los frutos deberían ser más estimables.

Hace poco registramos, entre las objeciones más tontas al principio de tercio excluso, la confusión entre verdad y conocimiento. Pues bien: la objeción procedente de la mecánica cuántica la recuerda un poco, aunque no incurra en esa confusión. La objeción se opone, en efecto, a que haya un gran exceso de preguntas o cuestiones admisibles respecto de las respuestas o soluciones posibles. Ese sentido de la objeción es consistente, pero *coeteris paribus*: hemos de comparar el peso del exceso que tiende a evitar con el de la sencillez que tiende a perder. No hay ninguna duda de que los científicos reconocen sentido a muchas oraciones que no están vinculadas de ningún modo reconocible con observaciones posibles. Los científicos las admiten para poder redondear la construcción de su teoría y simplificarla, del mismo modo que el aritmético admite los números irracionales para redondear la aritmética y simplificar el cálculo, y del mismo modo, también, que el gramático admite oraciones como 'Este guijarro está pensando en Viena' de Carnap y 'Cuadruplicidad bebe retraso' de Russell, con objeto de redondear y simplificar la gramática. Cuanto menos grasa de ésa, tanto mejor, *coeteris paribus*; pero cuando me pongo a considerar la complicada lógica que haría falta para dar buena línea a la mecánica cuántica, tengo motivos para creer que las demás circunstancias no son análogas ni mucho menos. La grasa ha servido, con toda evidencia, admirablemente a su función de dar rotundas curvas a una suave teoría, y es más digna de disculpa que de mutilación.

El intuicionismo

Pero la oposición más conocida al principio de tercio excluso no es la que se formula en nombre de la mecánica cuántica, sino la dirigida por el matemático L. E. J. Brouwer con el

nombre de *intuicionismo*. También en este caso la motivación consiste en el deseo de disminuir el exceso de las cuestiones aceptadas respecto de las soluciones o respuestas posibles. Así, por ejemplo, el intuicionismo se opone a la afirmación de una disyunción cuando la evidencia es demasiado indirecta para poder indicar el modo de averiguar cuál de las dos oraciones constituyentes es verdadera.

Hasta el momento describíamos las recusaciones del principio de tercio excluso, 'p o bien $\sim p$', principalmente como rechazos de la negación clásica. Ahora he presentado la actitud intuicionista como orientada más bien contra la disyunción. Pero esa distinción es irreal: una vez que se altera las interrelaciones entre los operadores lógicos, todos ellos quedan revisados. En cualquier caso, la negación intuicionista es divergente de la clásica también desde el punto de vista que la considere aisladamente: en la lógica intuicionista falta con generalidad la ley de doble negación.

Recordemos de nuevo que los nombres y las notaciones de la negación y de la disyunción se siguen usando a propósito de las lógicas divergentes —como lo es la del intuicionismo— sobre la mera base de una analogía grosera y un tanto arbitraria. A tenor de una distinción hecha en el capítulo 2, la negación y la disyunción son inmanentes, no trascendentes. No hay que entender al intuicionista como si nos estuviera negando las leyes de determinadas operaciones lógicas fijadas en la lógica clásica, a saber, las operaciones negación y disyunción. Hay que entenderle más bien como una persona que rechaza nuestra negación y nuestra disyunción porque las considera ideas no científicas, y que propone ciertas otras ideas suyas que son en algo análogas a las que rechaza.

La lógica intuicionista no tiene la familiaridad, ni la conveniencia, ni la sencillez, ni la belleza de nuestra lógica clásica. Al igual que la de Birkhoff y von Neumann, la lógica intuicionista carece incluso de la transparencia de una lógica veritativo-funcional multivalorada. Se limita a sobrentender cierta significación intuitiva de sus conectivas oracionales, significación que expone mediante la ayuda de palabras y frases tales como 'refutar' o 'seguirse de'; pero esas explicaciones resultan vagas en cuanto que se intenta respetar la distinción entre decir [usar] una oración y hablar de ella [mencionarla]. Es perfectamente inútil atender a esas explicaciones: es mejor ir directamente a la axiomatización de la lógica intuicionista por Heyting, y aprender esa lógica por el método que los profesores de idiomas llaman directo, o sea, sin traducción.

El intuicionismo es anterior a la demostración por Gödel de que no puede haber procedimientos demostrativos completos para la teoría de los números. Pero precisamente este gran resultado de Gödel refuerza la actitud intuicionista. En efecto: el exceso de las cuestiones admitidas [por la lógica clásica] respecto de las respuestas posibles parece particularmente lamentable cuando se trata de cuestiones matemáticas y las respuestas son matemáticamente imposibles.

El intuicionismo es una escuela constructivista, una variante del *constructivismo*. El constructivismo —entendido de un modo general— es en la matemática la decisión de no admitir métodos que lleven a afirmar la existencia de cosas del tipo que sea sin poder mostrar al mismo tiempo cómo se encuentra esas cosas. Eso no es una definición precisa del constructivismo; pero ocurre que no hay ninguna que lo sea, que no hay una definición única. El vago término 'hallar' que he usado puede querer decir 'calcular' en el caso de un número y 'construir' —en algún sentido— en los casos de una figura geométrica o de un conjunto. En alguno de esos sentidos el constructivismo es plausible y admirable: el atenerse a las restricciones constructivistas ayuda a entender lo que conseguimos hacer cuando no nos imponemos esas restricciones. Además, las paradojas de la teoría de conjuntos aportan un nuevo homenaje al constructivismo: pues lo que se consigue sometiéndose a las restricciones constructivistas, aunque es menos que lo que se logra sin ellas, está claramente inmune de la amenaza de contradicción que nos acecha cuando salimos del cercado constructivista. Por eso incluso los matemáticos que admiten y utilizan métodos no-constructivos reconocen que es un avance el encontrar una demostración constructiva de un teorema previamente demostrado no-constructivamente.

Pero el hecho es que es posible practicar y hasta predicar en gran medida el constructivismo sin necesidad de adoptar la lógica intuicionista. La teoría de conjuntos de Weyl, que es constructivista, es casi tan antigua como el intuicionismo de Brouwer y, sin embargo, utiliza la lógica ortodoxa: es constructivista gracias a sus axiomas sobre la existencia de conjuntos. Desde este punto de vista es posible reconciliar los escrúpulos constructivistas con las ventajas y la belleza de la lógica clásica.

Hasta el momento he hablado de desviaciones respecto de la lógica bivalorada, o bivalente, de las funciones veritativas. Pero la divergencia se extiende en lógica también a los cuantificadores. Como se puede suponer ya por mi vaga caracterización del constructivismo, la cuantificación existencial requiere para ser verdadera en sentido intuicionista que se conozca un modo de calcular o de construir en algún sentido un ejemplo que verifique aquella cuantificación. Esta es su diferencia respecto de lo que hemos llamado cuantificación en lógica clásica.

Todo el mundo conoce la obvia relación íntima que existe entre la cuantificación existencial y la disyunción y entre la cuantificación universal y la conyunción. Una cuantificación existencial monta tanto como la disyunción de las oraciones singulares que la verifican, o sería tanto como eso si los valores disponibles para las variables cuantificables fueran en número finito y cada uno de ellos tuviera su nombre propio. Cosa análoga se puede decir respecto de la cuantificación universal y la conyunción. Obsérvese que en este punto los análogos intuicionistas de la cuantificación existencial y la disyunción [clásicas] se comportan del mismo modo, sin salvedad alguna: porque, como se ha dicho, la disyunción intuicionista es válida sólo si se da un modo de hallar alguna de sus constituyentes que sea válida.

Toda lógica tiene que regular de un modo u otro la cuantificación, si no quiere detenerse prematuramente. La literatura contiene desarrollos no sólo de lógica intuicionista cuantificada, sino también de lógicas cuantificadas multivaloradas y modales e incluso, aunque parciales, desarrollos de lógica cuantificada de las actitudes proposicionales. Ya se dijo a finales del capítulo 2 y se repitió hacia el final del capítulo 5 que en esas dos últimas lógicas la cuantificación suscita difíciles problemas de sentido.

Las divergencias en la lógica de la cuantificación tienen importancia para la ontología, para la cuestión de qué hay. Dada una teoría en forma normada, lo que hay es pura y exclusivamente los objetos que la teoría supone que toman por valores las variables cuantificables. La tesis es difícilmente refutable porque '(x)' y '$(\exists x)$' se explican respectivamente por 'todo objeto x es tal que' y 'hay un objeto x tal que'. Es posible que algunos lenguajes no tengan equivalentes claros de nuestra frase existencial 'hay' ni de nuestros cuantificadores; pero lo que está fuera de duda es que no se puede separar la una de los otros.

Por eso tiene cierto interés filosófico, cierto interés ontológico, la divergencia en la teoría de la cuantificación: las divergencias en cuestión pueden afectar a lo que se considere que hay. La divergencia del intuicionista en la cuantificación (en el supuesto de que 'cuantificación' siga siendo la palabra adecuada para referirse a su operación) acarrea una noción de existencia divergente de la acarreada por la cuantificación clásica (y siempre con la salvedad de que acaso 'existencia' no sea la palabra adecuada para las dos nociones a la vez). Cuando el intuicionista dice que reconoce que hay estrictamente tales o cuales objetos, desde el punto de vista de la lógica clásica no podemos ni siquiera concordar con él en que está reconociendo que hay precisamente ésos (por no hablar ya de la admisión de que acierte en las existencias que reconoce). Desde *nuestro* punto de vista de la lógica clásica, lo más a que podemos atrevernos es a decir lo que el intuicionista realmente reconoce que hay (en *nuestro* sentido de 'hay') respecto de (relativamente a) alguna traducción de su lenguaje al nuestro (esto es, no necesariamente de su lenguaje a nuestra lógica, sino, en general, de su lenguaje a nuestro lenguaje total [que contiene como esqueleto la lógica clásica]).

Cuantificación ramificada

En lo que queda de este capítulo me voy a ocupar de cuantificaciones divergentes añadidas a la lógica veritativo-funcional clásica. Vamos a reflexionar brevemente acerca de grupos de cuantificadores, con objeto de percibir el motivo de una de esas divergencias. El par de cuantificadores '$(x)(\exists y)$' dice que para cada elección de x se puede escoger algún y que cumpla la condición expresada por la oración que siga [la lectura tradicional en castellano es: 'para todo x hay al menos un y tal que']. Es posible que diferentes elecciones de x exijan diferentes elecciones de y, y, en general, la elección de y depende de la de x. Pero consideremos ahora el caso, más complicado, de que se ponga una condición a x, y, z y w, que podemos dibujar así: '$Fxyzw$'. Supongamos que queremos decir que para todo x hay un y y para todo z hay un w tales que $Fxyzw$. Queremos elegir y en dependencia sólo de x y que la elección de w dependa sólo de z. Pero si escribimos

(1) $$(x)(\exists y)(z)(\exists w)\,Fxyzw,$$

representamos la elección de w en dependencia también de x; y si escribimos

(2) $$(z)(\exists w)(x)(\exists y)\,Fxyzw$$

representamos la elección de y en dependencia también de z. Como modo de evitar esas dependencias no deseadas se nos presenta la notación ramificada

(3) $$\begin{matrix}(x)(\exists y)\\(z)(\exists w)\end{matrix}Fxyzw$$

Se puede mostrar que (1) y (2) no son lógicamente equivalentes; y (3) es otra cosa más, que no equivale ni a (1) ni a (2). La aceptación de (3) y de otras cuantificaciones ramificadas es una divergencia lógica de tipo complementario, como los apéndices al aparato de la lógica clásica que registramos al final del capítulo 5. Pero este nuevo complemento discrepa de aquellos otros porque no es tan estrictamente continuo con lo complementado.

Si cuantificáramos sobre funciones, podríamos conseguir que (3) adoptara una forma aparentemente normada, en el sentido de ocupar un solo renglón; así:

(4) $$(\exists f)(\exists g)(x)(z)\,[Fx(fx)\,z\,(gz)].$$

Pero con esa fórmula afirmamos la existencia de objetos abstractos de una clase determinada: funciones. Abandonamos la lógica y subimos a la matemática de las funciones, la cual se puede reducir a la teoría de conjuntos, pero no a la lógica pura.

Este ejemplo refleja claramente la importancia ontológica de cualquier refuerzo de la lógica de la cuantificación. En este caso el efecto consiste en conseguir los servicios de ciertos objetos abstractos, las funciones, sin necesidad de reconocer a esas funciones como objetos. La fórmula ramificada (3) da de sí lo mismo que la fórmula matemática (4), aunque las variables de (3) no necesiten contar con funciones en sus campos de valores.

Se puede considerar que es una insuficiencia de la cuantificación clásica lo que exige el ascenso a la fórmula matemática (4). Se puede también pensar que no es justo imputar la adopción de objetos abstractos al qué practica esa ascensión sólo para conseguir que su variable 'y' sea independiente de su variable 'z'. Si se piensa todo eso, se adoptará la notación ramificada (3) para no reconocer los objetos abstractos funcionales.

Pero, por otro lado, hay razón suficiente —más suficiente que las recién dichas— para pensar que nuestra anterior concepción de la cuantificación, que excluye la fórmula (3), no era estrecha por capricho. Al contrario: esa cuantificación clásica determina un dominio coherente de teoría lógica delimitado por fronteras con relieve e importancia. Lo de menos es el nombre que se dé a ese territorio. He aquí una importante manifestación de lo destacadas, de lo abruptas que son esas fronteras: la lógica de la cuantificación sin el complemento ahora estudiado admite procedimientos demostrativos completos de la validez de una oración ((B) del capítulo 4). También admite procedimientos demostrativos completos de la inconsistencia, porque para demostrar que un esquema es inconsistente basta con demostrar que su negación es válida. Ahora bien: un notable dato que se desprende de resultados de Craig, de Henkin y de otros autores, es que en cuanto que se ramifica la cuantificación al modo de (3) se pasa a un terreno que no admite, a la vez, procedimientos demostrativos completos de la validez y de la inconsistencia [1].

Con eso no decimos, desde luego, que toda liberalización de la notación clásica de la cuantificación cierre el camino a la completitud. No lo haría, por ejemplo, una liberalización que se limitara a añadir fórmulas válidas o inconsistentes en número finito. La particular importancia del ejemplo (3) estriba más en la sospecha de que al excluir (3) nuestra lógica clásica de la cuantificación resultara arbitrariamente restrictiva. Las recientes consideraciones sobre completitud de los procedimientos demostrativos han servido para contrarrestar esa sospecha, al mostrar que (3) es una divergencia bastante más drástica de lo que parecía.

La notable concurrencia final de las varias definiciones de la verdad lógica dadas en el capítulo 4 nos hizo ya pensar que la lógica de la cuantificación es, con sus límites clásicos, una unidad sólida e importante. Nuestras reflexiones presentes sobre la cuantificación ramificada confirman aquella impresión. Por eso yo seguiría trazando la frontera entre la lógica y la matemática

[1] V. «Existence and Quantification», en Quine, *Ontological Relativity and Other Essays* [La relatividad ontológica y otros ensayos], New York, Columbia, Univ., 1969.

en los bordes de la lógica clásica de la cuantificación. Y tal es, por lo tanto, el concepto de cuantificación mediante el cual identificaré las exigencias ontológicas de una teoría dada. En particular, en vez de considerar a (3) como coordinada con (1) y con (2), entenderé que (3) es una fórmula matemática cuyo contenido ontológico se revela claramente en la fórmula (4).

La cuantificación por sustitución

Hace poco hemos reflexionado sobre la relación entre la cuantificación existencial y la disyunción. Si todos los objetos son en número finito y tienen nombre propio, se puede, naturalmente, prescindir de la cuantificación y trabajar sólo con la disyunción; la cuantificación se entenderá entonces como mera abreviatura. Si, por el contrario, los objetos son en número infinito, la expansión de la abreviatura en disyunción exigirá una disyunción de longitud infinita. Mediado el capítulo 4 llegamos a considerar las expresiones como sucesiones finitas, en sentido matemático; el paso subsiguiente hasta las sucesiones infinitas no tienen nada de audaz en teoría. Pero, sin embargo, acarrearía una discrepancia clara respecto de todos los textos de gramática y la mayoría de los textos de lógica, incluido este libro sobre la lógica: no es corriente apelar a expresiones infinitas. No se puede prescindir de la cuantificación existencial sobre un universo infinito sin más ayuda que la de nuestra notación de la disyunción, que simboliza una disyunción finita.

Pese a ello, la cuantificación existencial sobre un universo infinito admite una atractiva explicación semántica, o sea, condiciones veritativas, aunque no sea eliminable, con la condición de que todos los objetos de ese universo infinito tengan nombre propio. La cuantificación es verdadera si y sólo si al menos uno de sus casos es verdadero, y sus casos se obtienen eliminando el cuantificador y poniendo un nombre propio en el lugar de la variable cuantificada.

Como es natural, lo que se acaba de decir de la cuantificación existencial vale análogamente, *mutatis mutandis*, respecto de la cuantificación universal. Mientras cada objeto tenga su nombre propio, se puede decir que una cuantificación universal [sobre un universo infinito] es verdadera si y sólo si todos sus casos o ejemplos son verdaderos.

En su versión más estricta (capítulo 2), nuestra gramática lógica normada no admitía nombres propios. Pero éstos se pueden simular mediante definiciones contextuales: por eso pudimos trabajar sin nombres propios en nuestra gramática normada más estricta. Pero ahora, con estas explicaciones semánticas de la cuantificación [sobre universos infinitos], ese modo de procurarse nombres propios no funciona, porque ya en la definición contextual misma necesitamos cuantificar. Por lo tanto, será aconsejable —para la discusión presente— pensar en el marco no de la gramática lógica normada estricta, sino de la más laxa, que admite nombres propios.

Ruth Marcus y otros autores se inclinan por esas condiciones veritativas de la cuantificación basadas en la sustitución de variables por nombres. Son condiciones que se contraponen curiosamente a la de Tarski, estudiada en (5) del capítulo 3. Presentan el tipo de circularidad que ya notamos hacia la mitad del capítulo 3: la cuantificación existencial es verdadera si es verdadero *algún* caso, y la cuantificación universal es verdadera si lo son *todos* los casos. Pero la principal contraposición al método de Tarski consiste en que (5) del capítulo 3 habla exclusivamente de valores de variables y no recurre a nombres propios. La solución de Tarski paga esa parsimonia con su complejidad.

Hasta este momento no hemos registrado divergencia alguna, sino sólo una nueva caracterización de la misma cuantificación de la lógica clásica, caracterización con el requisito añadido de que todo objeto tenga su nombre propio. Pero ahora ha llegado el momento de observar que ese requisito es una condición muy restrictiva, incluso una vez dispuestos a admitir nombres propios en la gramática lógica. Un universo suficientemente generoso tiene más cosas de las que se puede designar incluso contando con una infinidad de nombres. Recordemos, en efecto, una vez más las discrepancias gemelas, observadas en el capítulo 4, entre las oraciones abiertas y los conjuntos. Vimos allí que algunos conjuntos no quedan determinados por ninguna oración abierta. Consiguientemente, esos conjuntos no tendrán nombre propio; pues si uno de ellos lo tuviera, pongamos 'α', entonces quedaría determinado por la oración abierta '$x \varepsilon \alpha$'.

Es más corriente argüir, con el mismo objeto, sobre la base de un teorema clásico de la teoría de conjuntos que dice que no es posible asignar enteros distintos a los números irracionales.

En cambio, sabemos que es posible asignar enteros distintos a todos los nombres propios, por ejemplo, a la manera de Gödel. De ello se sigue que los números irracionales no pueden tener todos nombres propios distintos.

Vimos en el capítulo 4 que la definición de la verdad lógica sobre la base de la sustituibilidad resulta coextensiva con la definición de la verdad lógica sobre la base de la teoría de modelos, siempre que el vocabulario del lenguaje-objeto fuera lo suficientemente rico. Ahora apreciamos que, por lo que hace a la cuantificación, impera una situación opuesta: la caracterización de la cuantificación por la sustituibilidad no es coextensiva con la caracterización de la cuantificación por los objetos o valores de las variables si suponemos un universo lo suficientemente rico. Una cuantificación existencial construida sobre la base de la sustituibilidad puede resultar falsa, y resultar verdadera si se construye sobre la base objetual, porque puede haber objetos de la naturaleza mentada, pero sólo objetos que no tengan nombre propio. Y una cuantificación universal puede resultar falsa si se construye objetualmente y verdadera si se construye sustitucionalmente porque, aunque haya objetos que podrían refutarla, todos ellos carezcan de nombre. Por pródigos que seamos con los nombres propios, no podremos evitar que un universo lo suficientemente generoso contenga objetos innominados. La cuantificación por sustitución es divergente siempre que el universo es rico.

Su fuerza

La divergencia que acabamos de registrar consiste en no tener en cuenta determinados objetos, a saber, los objetos que carezcan de nombre propio. Pero la cuantificación por sustitución puede ser divergente también en la dirección contraria: puede ocurrir que la expresión que sustituye a la variable no sea nombre propio de nada. La condición veritativa que formulamos para la cuantificación por sustitución hablaba explícitamente de sustitución por nombres propios, pero también funcionaría para cualquier otra categoría gramatical, no sólo para la de los nombres propios. Si la categoría es finita, entonces, como es natural, las cuantificaciones serán trivialmente eliminables mediante disyunciones y conyunciones. Ya hemos visto, precisamente, un caso de esto en la parte final del capítulo 5: la cuantificación eliminable de las variables 'α', 'β', etc., en posiciones de un centenar de predicados monádicos. Ahora interesa notar una extensión de esa clase de cuantificación eliminable bajo la forma de tipo ineliminable de cuantificación por sustitución. Este tipo utiliza una plena sustitución lógica de la que realizamos en la teoría de la cuantificación al sustituir adecuadamente 'Fx' y 'Fy' por oraciones complejas. Esto es: se puede explicar una cuantificación existencial que empiece por '$(\exists\alpha)$' diciendo que es precisamente verdadera en el caso de que la expresión que sigue a '$(\exists\alpha)$' resulte verdadera para alguna sustitución de las predicaciones 'αx', 'αy', 'αz', etc., por oraciones. Cosa análoga para la cuantificación universal.

Si entendemos a 'α' y su familia como variables de clases y 'αz' por '$z \varepsilon \alpha$', la cuantificación por sustitución que acabamos de describir monta tanto como la cuantificación sobre todas las clases especificables, o, más precisamente, sobre todas las clases determinadas por oraciones abiertas disponibles. En efecto, esa cuantificación admite una clase por cada oración abierta, y sin peligro de paradoja, porque el estilo gráfico de 'α' permite la combinación '$x \varepsilon \alpha$' y cierra, en cambio, el paso a oraciones abiertas peligrosas como '$\sim (x \varepsilon x)$' o '$\sim (\alpha \varepsilon \alpha)$'. Las clases abarcadas por esa cuantificación son estrictamente las clases que es posible simular por el método de la teoría virtual (capítulo 5); pero, ahora con la diferencia de que podemos cuantificar sobre ellas. El que se alegre de esta circunstancia me permitirá que le recuerde melancólicamente que estas cuantificaciones no son simples maneras de hablar. Se explican muy limpiamente, pero no son eliminables por definición. Por otra parte, como 'α' no se presenta más que a la derecha o después de 'ε', el dominio de clases así obtenido es insuficiente para fundamentar un trozo de matemática que valga la pena.

Cuando una nueva forma de cuantificación se introduce por definición y es así eliminable no nos compromete realmente, como es natural, a reconocer nuevos objetos como valores de las variables. Se trata de una cuantificación simulada, con su correspondiente compromiso ontológico simulado. Nuestro compromiso real coincide con los cuantificadores reales del lenguaje normado que sostiene esas falsas expansiones por definición contextual. Obsérvese la importancia de la estipulación de que la gramática sea normada. Si se admite modalidades u otras construcciones además de las funciones veritativas y de los cuantificadores, esas nuevas construcciones aumentan la fuerza o el contenido de las teorías de modos inconmensurables con lo que se puede conseguir mediante una ampliación del universo; más precisamente: serán extensiones inconmensurables, salvo respecto de alguna traducción de su totalidad a la gramática normada.

Por otra parte, la cuantificación por sustitución no es ni una simulación eliminable ni una genuina cuantificación objetual (salvo en el caso —como es obvio— de que todos los objetos tengan su nombre propio). Consiguientemente, no es un procedimiento que permita trabajar con una ontología nula, con un universo vacío; en realidad, es un dialecto no normado, ajeno al lenguaje en el cual hablamos de lo que hay y de valores de variables. El que desee saber cómo sería un universo adecuado para una teoría que se le presente en ese dialecto no normado, lo que tiene que hacer es buscar alguna paráfrasis que le parezca sensata de dicha teoría en una forma normada que construya objetualmente la cuantificación. Entonces podrá establecer el universo de esa teoría, aunque es perfectamente posible que las varias traducciones sensatas que pueda admitir requieran universos diferentes. Hay un procedimiento nada ingenioso de traducir la cuantificación por sustitución según ese canon parafrástico: traducirla a un metalenguaje en el que se hable de signos y de sus concatenaciones, de sustitución y de verdad: éste es el tipo de lenguaje al que aludimos mediado el capítulo 3. Si entonces se identifica las concatenaciones de signos con números, como hizo Gödel, se desemboca en un universo constituido por los enteros positivos.

Capítulo 7

EL FUNDAMENTO DE LA VERDAD LOGICA

Una apariencia de teoría

Mi definición más general de la verdad lógica, la ofrecida al final del capítulo 4, se basa en dos cosas: la gramática, que es un asunto puramente lingüístico, y la verdad, que no lo es. Una oración es lógicamente verdadera si son verdaderas todas las oraciones que tienen su misma estructura gramatical.

Dicho de otro modo: en seguida se presenta la tentación de decir que una oración es lógicamente verdadera si es verdadera por virtud de su mera estructura gramatical. Yo no gusto de hablar así, porque ese modo de hablar sugiere que sea el lenguaje el que hace verdaderas a las verdades lógicas, sólo el lenguaje, y nada que tenga que ver con la naturaleza de las cosas. Esta doctrina, a la que llamo teoría lingüística de la verdad lógica, es la suscrita por Carnap. Yo creo que tiene menos fundamento que lo que parece a primera vista.

Desde luego que la estructura gramatical es un asunto lingüístico; pero también lo es el léxico. El léxico se usa al hablar del mundo: y la estructura gramatical lo mismo. Admitimos que una verdad lógica, puesto que se mantiene como verdad a través de todas las sustituciones léxicas, no depende de ninguno de los rasgos del mundo que se reflejan en las distinciones léxicas; pero, ¿no puede depender de otros rasgos del mundo, de rasgos que nuestro lenguaje refleje en sus construcciones gramaticales, y no en su léxico? No tendría ningún interés objetar aquí que la gramática varía de un lenguaje a otro, porque lo mismo le pasa al léxico. Tal vez las verdades lógicas deban su verdad a ciertos rasgos de la realidad que se reflejan de un modo en la gramática de nuestro lenguaje, de otro modo en la gramática de otro lenguaje, y de otro modo aun en la combinación de la gramática y el léxico de un tercer lenguaje.

Recordaremos algo observado en el capítulo 2: que ya la misma distinción entre gramática y léxico es inmanente y susceptible de reajustes en alternativa incluso en el análisis de un solo y mismo lenguaje. Al variar esa distinción varía con ella la distinción entre verdad lógica y verdad otra. En este sentido la demarcación de la verdad lógica queda al arbitrio del gramático descriptivo. Ahora bien: sin duda se retrocederá ante la idea de admitir que una oración oscila entre ser verdadera puramente por virtud del lenguaje y ser verdadera por virtud, en parte, de la naturaleza del mundo, según que el gramático descriptivo se decida por describir nuestro preexistente lenguaje de uno u otro de dos modos que son ambos admisibles. Y acaso se podría aliviar esta desazón considerando verdaderas por virtud puramente del lenguaje (o sea, *analíticas*) todas las oraciones que resultan lógicamente verdaderas para todas y cada una de las descripciones gramaticales admisibles del lenguaje. Pero ya es hora de cortar esta cháchara. ¿Qué es, en realidad, lo que intentamos conseguir cuando decimos que una oración es analítica, o que es verdadera exclusivamente por virtud del lenguaje?

El foco se desplaza inmediatamente en cuanto que formulamos esa pregunta. Lo que ahora se enfoca es la frase: 'verdadera por virtud de'. Dadas ciertas circunstancias y una determinada oración verdadera, ¿cómo podemos esperar mostrar que la oración es verdadera por virtud de esas circunstancias? Si pudiéramos mostrar que la oración está lógicamente implicada por oraciones que describan esas circunstancias, ¿quedaría aún algo por satisfacer? Pero ocurre que cualquier oración implica lógicamente las verdades lógicas. Por lo tanto, se tiene la trivialidad de que las verdades lógicas son verdaderas por virtud de cualesquiera circunstancias que se enuncie: por virtud del lenguaje, del mundo, de lo que sea.

¿Es la lógica un compendio de los rasgos más amplios de la realidad, o no es más que un efecto de la convención lingüística? ¿Han de coincidir en la lógica todos los seres humanos de buen cerebro, o es la lógica cada lenguaje por sí mismo? Grandilocuentes preguntas. Parecen resonar hasta en el más profundo plano de la filosofía de la lógica. Está claro que las dos preguntas se encuentran en íntima armonía: casi son dos formas de una misma pregunta. Hace un momento hemos visto que la primera de las dos preguntas o formas resulta incoherente; o coherente con todo, puesto que no quiere decir nada. Por lo que hace a la segunda pregunta, o forma de la supuesta pregunta única, ya en la primera parte del capítulo 6 comprobamos su vaciedad. Vimos que, en el peor de los casos, las lógicas de dos culturas serán inconmensurables, pero nunca conflictivas, porque la aparición de un conflicto no haría más que desacreditar nuestra traducción. Lo mismo valdría, como ya lo observamos entonces, respecto de un divergente lógico de nuestra propia comunidad lingüística: recogeríamos sus divergencias como una diferencia dialectal.

El hecho de que la lógica esté, así, tan vinculada con la traducción favorece visiblemente a la teoría lingüística de la verdad lógica. Pero hemos visto que esta teoría no tiene contenido, es una apariencia de teoría. Afortunadamente, ese par de circunstancias contrapuestas deja de sumir en perplejidad en cuanto que recordamos por qué es la lógica inseparable de la traducción. La razón es que la lógica es obvia, potencialmente obvia. Ya he sostenido que las verdades lógicas no se relacionan con la traducción en ningún sentido más profundo que aquel en el cual se relacionan con ella otras verdades obvias, como, por ejemplo, las emisiones de 'Está lloviendo' mientras llueve.

Cuando digo que las verdades lógicas son obvias o potencialmente obvias no pretendo estar dando una explicación de por qué son verdades ni de cómo las aprendemos. Afirmo exclusivamente que la inseparabilidad de lógica y traducción no *añade* ningún elemento a la noción de verdad lógica. Ya la simple obviedad, cualquiera que sea su causa, bastaría para explicar esa inseparabilidad. El error más común a propósito de esta cuestión consiste en que se siente la tentación de inferir una teoría lingüística de la verdad lógica a partir de la inseparabilidad de lógica y traducción, mientras que no se siente la misma inclinación a inferirla del hecho mero de la obviedad.

Las dos reducciones de aparentes tesis con sustancia a simples trivialidades, materia de estas últimas páginas, se parecen mucho en su forma y en su efecto. (1) La tesis de que la lógica es verdadera por virtud exclusivamente del lenguaje se reduce vacuamente a la noción de que la lógica es verdadera por virtud de cualquier cosa. (2) Y la tesis de que la lógica es inseparable de la traducción se reduce a la simple comprobación de que cualquier obviedad es inseparable de la traducción.

Ya a finales del capítulo 1 y a principios del 2 se observó otra circunstancia de las que mueven a muchos autores a pensar que la lógica es un asunto peculiarmente lingüístico: se trata de la generalización oblicua. Es ésta una generalización que nos mueve a hablar de oraciones, o sea, del lenguaje. Como se vio, hay autores que, con la opuesta intención de separar la lógica de lo simplemente lingüístico, intercalan entes llamados proposiciones, en un sentido no-lingüístico. Su motivación, la distinción entre lógica y lenguaje, es mucho más plausible que el desgastado y socorrido expediente al que recurren. Pero ni siquiera su motivación, aunque plausible, merece aplauso incondicional, porque es superflua: en efecto, como ya se dijo en aquellas páginas, el predicado verdad está presente sin necesidad de la introducción de proposiciones, y funciona activamente en la distinción entre lógica y lenguaje. El predicado verdad tiene en la generalización oblicua la utilidad decisiva de desentrecomillar. Basta con su presencia y funcionamiento para ver que la teoría lógica, pese a su importante dependencia respecto del discurso sobre el lenguaje, se orienta desde su base al mundo, no al lenguaje; y es el predicado verdad el que lo determina.

Hemos observado vínculos robustos entre la lógica y el lenguaje: el de la generalización oblicua por ascensión semántica; el del papel de la estructura gramatical en la distinción entre las verdades lógicas y las demás verdades; el del respeto a la lógica en la traducción. Pero también hemos observado la existencia de una inclinación a imaginar entre la lógica y el lenguaje un vínculo todavía más firme que el descrito con sentido por las anteriores observaciones: es la teoría lingüística de la verdad lógica, la idea de que la lógica es analítica.

Un dualismo insostenible

También podemos observar, en un plano más general, tres circunstancias que alimentan, al menos, la expectativa de que la lógica se fundamente de un modo diverso del de las ciencias de la naturaleza, incluso prescindiendo de toda teoría propiamente lingüística de la verdad lógica. Una de esas circunstancias es la notable obviedad u obviedad potencial de la verdad lógica. Hemos visto que esa circunstancia puede tener el confusionario efecto de inclinar en favor de la errónea teoría lingüística de la verdad lógica; pero no hace falta caer en ese error para reconocer que la circunstancia es tal que separa visiblemente a la lógica de las demás ciencias. Otra circunstancia es la falta de objeto temático específico: la lógica no atiende preferencialmente a ninguna sección determinada del léxico, ni tampoco a ningún subdominio o sector del campo de valores de las variables. La tercera circunstancia aludida es la ubicuidad del uso de la lógica. La lógica es la sierva de todas las ciencias, incluida la matemática.

Resulta interesante una comparación de la matemática con la lógica desde los puntos de vista de esas tres circunstancias. Está fuera de duda que la matemática no es en su totalidad potencialmente obvia: ni siquiera lo es la teoría elemental de los números, que ya no es susceptible de ningún procedimiento demostrativo completo. Hay partes considerables de la matemática que son potencialmente obvias. Hay otras a las que se puede llegar por pasos cada uno de ellos obvio, pero a partir de principios no obvios —aparte de lo cual, hay que tener presente que los dichos pasos obvios son en su mayor parte lógicos puros, no matemáticos—. Así, pues, lo que destaca como resultado no es tanto el parentesco entre la matemática y la lógica cuanto la gran eficacia de la lógica como sierva de la matemática.

También desde el segundo punto de vista —punto de vista de la segunda circunstancia— la matemática ocupa un lugar intermedio. La matemática sí que favorece a un léxico determinado, a diferencia de la lógica, y atiende preferencialmente a ciertos valores que son de interés para sus variables. Pese a ello, de todos modos, la matemática se yergue tan imparcialmente ante la ciencia de la naturaleza como la lógica misma, porque los términos y los objetos preferenciales de la matemática no suelen atender preferencialmente a una u otra rama de la ciencia de la naturaleza más que a las demás.

Por último, desde el tercer punto de vista, el punto de vista de la ancilaridad amplísima, la matemática es admirable. Es más o menos sierva de todas las ciencias de la naturaleza, y mucho de muchas de ellas. Nos atreveremos a decir, cargando con el riesgo de fallar una metáfora, que la promiscuidad de la lógica y la matemática en sus servidumbres es de lo que más cuenta para distinguirlas de las demás ciencias.

Esos últimos dos rasgos compartidos en medida diversa por la lógica y la matemática —su interés para toda ciencia y su imparcialidad respecto de toda ciencia— han causado la costumbre de distinguirlas enfáticamente de todas las ciencias de la naturaleza. Se suele entender que estas últimas monopolizan toda la información y que la lógica y la matemática entran en su servicial función sólo para elaborar esa información. Esta corriente concepción tiene mucha fuerza y convence bastante, pero en cuanto que se pretende que sea más que una metáfora se tropieza con dificultades. ¿Qué noción clara de información encajaría con esa explicación si se hubiera de superar la vaguedad metafórica? Al principio del capítulo 1 formulamos algunas especulaciones acerca de dos augustas nociones de información, cosmológica la una y epistemológica la otra. La primera se basaba en la distribución de las partículas físicas elementales, y la segunda en la distribución de los elementos sensoriales. Si fuera posible asignar a cada oración de la ciencia una cuota suya propia de información en alguno de esos dos sentidos, quedaría justificada la doctrina de la analiticidad de la lógica: las verdades de la lógica y de la matemática quedarían incluidas entre las oraciones analíticas y se distinguirían sin vaguedad, por su falta de información, de las verdades de la naturaleza. Pero esa noción de correspondencia general entre informaciones y oraciones es un mito.

Un efecto de la delimitación enfática de las ciencias naturales por un lado y la lógica y la matemática por otro es que se tiene que atribuir a las ciencias de la naturaleza toda la evidencia sensible. Entonces se considera que la lógica y la matemática no son afectadas por ésta. Se admite que la lógica y la matemática son útiles para las ciencias de la naturaleza, pero al que así piensa no le pasa siquiera por la cabeza la noción

inversa de una corroboración de la lógica y/o la matemática por el éxito o la utilidad de sus servicios. La comunicación entre las ciencias naturales por un lado y la lógica y la matemática por otro es una vía de sentido único.

Esa situación no acarrea el que se ponga en duda las verdades de la lógica o de la matemática por su falta de soporte empírico reconocido. Al contrario: todo el mundo suele excederse en su generosidad para con ellas, y suele contemplar los dominios de la lógica y la matemática como campos idénticamente inaccesibles a toda refutación empírica. Por eso lo que critico no es ninguna injusticia infligida a la lógica y la matemática, sino la división con que se las aísla.

Es fácil olvidar lo lejos que algunas teorías pueden estar de toda evidencia observacional de importancia indirecta, sin que eso impida que se las considere teorías físicas. Una porción de teoría física puede estar empapada de matemática, pero se la seguirá considerando teoría física mientras mantenga un léxico mixto. Y toda aportación de esa porción a la coherencia del resto de la teoría física, y, por lo tanto, indirectamente y en última instancia, a la organización de los datos observacionales, redundará en beneficio epistemológico de ella como evidencia empírica indirecta de su verdad. En cambio, no se considera física al componente matemático y lógico de aquella porción de teoría, una vez que se le depura de todo el léxico físico. Todos los vínculos, por larguísimos que fueran, que ese componente tenía con la observación por su funcionamiento como parte de un contexto de física teórica son entendidos como evidencia empírica sólo para la parte del contexto que se reconoce como léxico físico.

Ese error se debe a una excesiva sensibilidad a los límites terminológicos entre las ciencias. En vez de entender la evidencia empírica como evidencia que afecta a todo el trabado sistema científico, que tiene entre las partes que lo integran la matemática y la lógica, se suele ver la evidencia como un jugo que puede empaparlo todo de un modo más o menos directo hasta llegar a la superficie separatoria y presumidamente impermeable entre lo que llaman física teórica y lo que llaman matemática.

Por eso no puede sorprender que tanta gente busque alguna fundamentación diferente para la verdad matemática y para la verdad lógica. Estas son las más firmes de todas las ciencias, y no se les atribuye ni una pizca de evidencia empírica. Otras causas que operan en el mismo sentido, y que hemos repasado y criticado en páginas anteriores, habrán hecho desembocar a los filósofos que así piensan en la teoría lingüística de la verdad lógica. Al ver juntas a la matemática y a la lógica detrás de la barrera, adoptan para ambas la teoría lingüística.

El lugar de la lógica

Hay algunos autores que han sostenido, por el contrario, que la aritmética cuenta con la fundamentación directa de la observación. Si se mete siete conejos en una conejera y luego se encierra en ella a cinco más, el total de conejos en la conejera será, por algún tiempo, de doce. Pero no pretendo apoyarme en reflexiones así cuando sostengo un parentesco entre la matemática y la ciencia de la naturaleza, porque el '+' de '7 + 5' no tiene que connotar una reunión de objetos en el espacio, ni menos la estabilidad de la operación de contar conejos a través del tiempo. Si en un determinado momento hay siete conejos en una zona determinada y cinco conejos en otra, y si las dos zonas no se solapan, entonces en ese momento hay doce conejos en la región, muy probablemente discontinua, compuesta por las dos zonas. Eso es lo más que se puede decir a propósito de conejos basándose estrictamente en '7 + 5 = 12'.

El parentesco que yo afirmo es un parentesco con los aspectos más generales y más sistemáticos de la ciencia de la naturaleza, que son los más lejanos de la observación. La observación fundamenta la matemática y la lógica sólo del mismo modo indirecto como fundamenta dichos aspectos más generales de la ciencia de la naturaleza, o sea, en cuanto elementos participantes en un todo organizado que, por sus bordes empíricos, encaja con la observación. No me interesa proclamar que la lógica y la matemática son de carácter empírico, ni tampoco que la física teórica sea de carácter no-empírico: lo que sostengo es el parentesco entre unas y otra, y una doctrina gradualista.

Mediado el capítulo 6 consideramos un caso de interés para esta cuestión: la propuesta de cambiar de lógica para ayudar a la mecánica cuántica. Los méritos intrínsecos de esa propuesta son dudosos, pero lo importante ahora es el hecho de que realmente se haya llegado a propuestas así. En principio, la lógica está tan expuesta a revisión como la mecánica cuántica o la teoría de la relatividad. Tanto cuando se hace lógica cuanto cuando se hace física el objetivo es siempre el mismo: obtener —dicho con palabras de Newton— un sistema del mundo lo más liso y lo más sencillo que sea posible y que encaje limpiamente por sus bordes con las observaciones. Cierto que pocas veces se propone revisiones del sistema tan penetrantes como para afectar a la lógica, que está muy en el interior del mismo; pero conocemos una razón clara de ese comportamiento, a saber: que está regido por la máxima de la mutilación mínima (capítulo 6).

En favor de la teoría lingüística de la verdad lógica se puede decir que aprendemos la lógica al aprender a hablar. Pero esta circunstancia no distingue a la lógica de extensos fragmentos de conocimiento de sentido común que normalmente la gente considerará empírico. No hay ningún procedimiento claro que permita dividir nuestro conocimiento en dos partes, una que consista meramente en conocer el lenguaje y otra que se caracterice por rebasar el lenguaje. Es indiscutible que incluso la verdad de la oración factual más casual depende en parte del lenguaje; el uso de las sílabas 'mató' habría podido ser tal en nuestro lenguaje que resultara falsa la oración 'Bruto mató a César'. Pero, más en general, lo que nos ha parecido tambalearse crecientemente y derrumbarse al final ha sido precisamente la frontera entre las oraciones verdaderas puramente por virtud del lenguaje, u oraciones analíticas, y las que lo son sólo parcialmente por virtud del lenguaje.

En su teoría lingüística de la verdad lógica, Carnap ha presentado el lenguaje como un análogo del sistema deductivo formal: el lenguaje tiene según él reglas de *formación* y reglas de *trasformación*. Las reglas de formación arrojan la gramática y el léxico: son los análogos de las reglas del sistema deductivo formal que especifican las notaciones del sistema, las reglas que especifican lo que Church llama las *well-formed formulas* [fórmulas bien formadas]. Las reglas de trasformación arrojan las verdades lógicas (y las matemáticas, las verdades analíticas en general): son los análogos de los axiomas y de las reglas de inferencia de un sistema deductivo formal. Así, pues, para Carnap, la gramática y la lógica se encuentran en el mismo plano: cada lenguaje tiene su gramática y su lógica.

Carnap no hace de la analogía entre los lenguajes y los sistemas deductivos formales nada superior a una analogía, y reconoce que ni las reglas de formación ni las de trasformación se encuentran explícitas en las consciencias de los que aprenden un lenguaje en condición de indígenas, como lengua materna. Yo pienso, sin perjuicio de lo intensamente que acentúo el vínculo entre la gramática y la lógica, que esa analogía es inútil en el mejor de los casos.

Es mejor abandonarla y pensar realmente en cómo se hace un niño con su lenguaje y con todas esas verdades o creencias —de la clase que sea— que adquiere junto con la lengua. Las verdades o creencias así adquiridas no son sólo las lógicas, ni sólo las lógicas y las matemáticas, ni tampoco sólo las verdades analíticas (en el supuesto de que este último término quiera decir algo). Entre las verdades y creencias que se aprende así, no es posible distinguir las verdades lógicas más que por el hecho, ya repetido, de que todas las demás oraciones que tengan la misma estructura gramatical son también verdaderas.

Desde este punto de vista se presentan juntos con naturalidad todos los rasgos destacados de las verdades lógicas. Consideremos, por de pronto, el lugar de la gramática en el lenguaje. Toda persona de la que se pueda decir que ha aprendido un lenguaje (tal o cual lenguaje, no algún dialecto relacionado con él) habrá aprendido su gramática. Los conocedores de un lenguaje no coinciden en cuanto a vocabulario, esto es, en cuanto a lo que conocen del léxico: eso depende de sus intereses y de su educación; pero sí que comparten la gramática. Todo el que diverja de la gramática será clasificado como extranjero que no domina el lenguaje o como indígena de dialecto diferente. Todos los que utilizan el lenguaje utilizan las mismas construcciones gramaticales, cualquiera que sea el tema y cualquiera que sea el sector aplicable del léxico. Por lo tanto, las verdades lógicas, que están vinculadas a la gramática y no al léxico, se encontrarán entre las verdades acerca de las cuales es más probable que concuerden todos los hablantes (y aquí paso por alto ejemplos que producen confusión simplemente por su complejidad). Pues sólo el léxico, y no la gramática, registra diferencias debidas al trasfondo cultural del uso del lenguaje por los varios hablantes, y las verdades lógicas se mantienen verdaderas respecto de toda sustitución léxica. Como es natural, la costumbre de aceptar esas verdades se adquirirá al mismo tiempo que las

costumbres gramaticales. Por eso, y también naturalmente, las verdades lógicas, o, al menos, las verdades lógicas sencillas, se utilizarán implícitamente y sin más: todo el mundo asentirá sin vacilar a ellas si se formula preguntas al respecto. Las verdades lógicas resultarán obvias en el sentido conductista en que utilizo el término, o bien potencialmente obvias.

El segundo rasgo destacado de las verdades lógicas es nuestra tendencia a apelar a la ascención semántica cuando generalizamos sobre ellas. Esto se explica a su vez por la invariancia de la verdad lógica respecto de las sustituciones léxicas. La única variedad de generalidad que se puede maniobrar mediante la cuantificación dentro del lenguaje-objeto —o sea, sin ascensión semántica— es la generalidad que mantiene fijos los predicados y generaliza exclusivamente sobre los valores de las variables de objeto o individuales. Cuando hay que variar también los predicados, como es inevitable para fines de teoría lógica, no hay más camino cómodamente practicable que la ascensión semántica.

Otro (tercero) rasgo destacado de las verdades lógicas es su aplicabilidad universal, la imparcial participación de la lógica en todas las ciencias. También esto se explica por la invariancia de la verdad lógica respecto de las sustituciones léxicas. El léxico es lo que atiende discriminadamente a los gustos y los intereses particulares. La gramática y la lógica son el dispositivo central que está al servicio de todos los usuarios.

LECTURAS RECOMENDADAS

(Sobre el capítulo 1: «Significación y verdad»)

QUINE, W. V., *Ontological Relativity and Other Essays*, ensayos 1, 3 y 6, New York, Columbia University Press, 1969.
——, *Word and Object*, caps. I y II, Cambridge, Mass., M. I. T. Press, 1960, y también en la edición de bolsillo del M. I. T. Traducción castellana por M. Sacristán, *Palabra y objeto*, Barcelona, Labor, 1968

(Sobre el capítulo 2: «Gramática»)

CHOMSKY, NOAM, *Syntactic Structures*, La Haya, Mouton, 1957.
DAVIDSON, DONALD, «The logical form of action sentences», en *The Logic. of Action and Preference*, ed. Nicholas Rescher, Pittsburgh, University Press, 1967.
FOLLESDAL, DAGFINN, «Knowledge, identity, and existence», *Theoria* 33 (1967), págs. 1-27.
HIZ, HENRY, «The intuitions of grammatical categories», *Methods*, 12 (1960), págs. 311-319.
QUINE, W. V., *Elementary Logic*, ed. rev., Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1966. También en la edición de bolsillo de Harper.
——, *From a Logical Point of View*, 2.ª ed., ensayos III y VIII, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1961. También en la edición de bolsillo de Harper. Traducción castellana por M. Sacristán, *Desde un punto de vista lógico*, Barcelona, Ariel, 1962.

QUINE, W. V., *Methods of Logic*, ed. rev., New York, Holt, Rinehart & Winston, 1951. Traducción castellana por M. Sacristán, *Los métodos de la lógica*, Barcelona, Ariel, 1962.
——, *Selected Logic Papers*, ensayo XXIII, New York, Random House, 1966. También en la edición de bolsillo de la misma editorial.
——, *Word and Object*, caps. V y VI.

(Sobre el capítulo 3: «Verdad»)

QUINE, W. V., *Mathematical Logic*, ed. rev., secc. 6 y cap. VII, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1951. También en edición de bolsillo de Harper. Traducción castellana por José Hierro S.-Pescador, *Lógica matemática*, Madrid, Ediciones de la Revista de Occidente, 1972.
——, *Set Theory and Its Logic*, ed. rev., caps. I-IV, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1969.
TARSKI, ALFRED, «The concept of truth in formalized languages», en *Logig, Semantics, Mathematics*, págs. 152-278, Oxford, Clarendon Press, 1956. Es traducción de la versión alemana del ensayo, 1936.

(Sobre el capítulo 4: «La verdad lógica»)

QUINE, W. V., *Selected Logic Papers*, artículos II y XIX.
VAN HEIJENOORT, JEAN, ed., *From Frege to Gödel*, págs. 508-524, 578-616, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1967.

(Sobre el capítulo 5: «El alcance de la lógica»)

FEYS, ROBERT, *Modal Logic*, París, Gauthier-Villars, 1965.
MARTIN, RICHARD M., «A homogeneous system for formal logic», *Journal of Symbolic Logic*, 8 (1943), págs. 1-23.
QUINE, W. V., *Set Theory and Its Logic*, cap. XI.

(Sobre el capítulo 6: «Lógicas divergentes»)

BIRKHOFF, GARRET, y J. VON NEUMANN, «The logic of quantum mechanics», en *Annals of Mathematics*, 37 (1936), págs. 823-843.
HEYTING, AREND, *Intuitionism*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1956.
MARCUS, RUTH B., «Modalities and intensional languages», en *Synthese*, 13 (1961), págs. 303-322.
POPPER, KARL R., «Birkhoff and von Neumann's interpretation of quantum mechanics», en *Nature*, 219 (1968), págs. 682-685.
QUINE, W. V., *Ontological Relativity*, ensayo 4.

ROSSER, J. BARKLEY, y ATWELL R. TURQUETTE, *Many-Valued Logics*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1952.
VAN HEIJENOORT, JEAN, ed., *From Frege to Gödel*, págs. 446-463.
WEYL, HERMANN, *Das Kontinuum*, 1918; New York, Chelsea, 1960.

(Sobre el capítulo 7: «El fundamento de la verdad lógica»)

CARNAP, RUDOLF, *Philosophy and Logical Syntax*, London, Routledge & Kegan Paul, 1935.
QUINE, W. V., *From a Logical Point of View*, ensayo II.
——, *The Ways of Paradox and Other Essays*, ensayo 10, New York, Random House, 1966. También en edición de bolsillo de la misma editorial.
WHITE, MORTON, «The analytic and the synthetic: an untenable dualism», en *John Dewey: Philosopher of Science and Freedom*, ed. por S. HOOK, New York, Dial, 1950.

[Hay traducción castellana, por Mario Bunge, de un manual elemental de lógica publicado primeramente en portugués, W. V. O. QUINE, *El sentido de la nueva lógica*, Buenos Aires, Ed. Nueva Visión, 1958.]

INDICE ANALITICO

abierta, oración, 53
    determina un conjunto, 84, 97, 120, 156
    su satisfacción, 72-73
    su verdad, 76, 91
abstracto/a, abstracción, 117, 124
acaecimiento, 64
acento, 53, 105
actitudinales (categoría de los), 67, 135
adecuación, 22
adverbio, 64-65, 132-133
alfabeto, 74, 76, 79
analiticidad, 164
análogo en la teoría de conjuntos, 95-96, 120
árbol, 45, 71-72
aprendizaje del lenguaje, 28, 172
aritmetizada, sintaxis, 83, 156, 159
ascensión semántica, 35-36, 39, 43, 112, 166, 173
atómica, oración, 53, 79
atributo, 60-61, 119-122
axioma, 140

Bernays, Paul, 98
bicondicional, 55
Birkhoff, Garrett, 147, 149

Bočvar, D. A., 146
booleana, álgebra, 122, 124
Boole, George, 75
Brouwer, L. E. J., 148, 150

Carnap, Rudolf, 51, 148, 163, 172, 179
categorema, categoremático/a, 59
categoría, 46-49, 53, 58-59, 62
clase, 124-126
    (V. t.: conjunto; conjuntos, teoría de; simulación)
Cohen, Jonathan L., 39
comparativos, 133
completitud, 99, 102-103, 136
    necesidad sentida de completitud, 149, 153-154
concatenación, 82
condicional, 55-56
confusión:
    de conocimiento y verdad, 146, 148
    de signo y objeto, 118
conjunto, 84-85
    y clase, 124-126
    existencia, 100, 121, 123
    variable, 95, 120
    (V. t.: conjuntos, teoría de; simulación)
conjuntos, teoría de, 80-85, 95, 100, 124-125
    gramática, 116
    (V. t.: conjunto; simulación)
constituyente, 45
construcción, 45-48, 62, 104
constructivismo, 150-151
contextual, definición, 120-123, 156
contradicción, 141
conyunción, 54, 76-78, 89
Craig, William, 154
cuántica, mecánica, 147-148, 170
cuantificación, 54, 56, 62-63
    ramificada, 153-154
    intuicionista, 151-152
    su satisfacción, 77-79, 89
    sustitutiva, 155-159
cuerpo, 64

Chomsky, Noam, 45, 177
Church, Alonzo, 171

Davidson, Donald, 64-65, 133, 177
definición contextual: V.: contextual
demostración, 98-99, 102-103, 133, 143
descripción, 57
desentrecomillado, desentrecomillar, 37, 166
Destouches, Jean Louis, 147
disposición, 51
disyunción, 54
    y cuantificación, 151, 155
divergentes, lógicas
    V.: lógica

emisión, 38
empirismo, 26, 29-30
entrecomillado, 37
enunciado, 23
equivalencia, 23, 30-34, 91, 144
escasez, 97, 156
espacio-tiempo, 64
esquema, 55, 92, 94-95, 132-133
    abuso del, 120-121
    en la teoría de la identidad, 115
    válido, 94-97
    para clases virtuales, 125-126
estructura, 92, 104, 115, 132, 163, 166
eterno/a, 38-40
evidencia, 27, 30, 168-170
expresiones, discurso que habla de, 35-36, 39-40, 43, 81, 118-119, 158-159
extensión, 120
extensionalidad, 119-120, 129, 134-136

Feys, Robert, 178
físico, objeto
    V.: objeto físico
Follesdal, Dagfinn, 177
fonema, 44-45, 47-48
formal, carácter, 45, 49
Frege, Gottlob, 39, 117-118, 130
función, 153
functor, 57-58, 75, 98

Geach, Peter T., 47, 133
generalización oblicua, 35-36, 39-40, 43, 112, 166, 172-173
Gödel, Kurt, 82, 99, 101, 112, 150, 157, 159

gramática, 43-48, 53, 71-72, 105-107
gramática lógica, 53-54, 63-65, 68, 71
gramática normada: V.: normado, lenguaje
gramaticalidad, 47-52
Grelling, Kurt, 83-85, 97

Harman, Gilbert, 105
hecho, 21-22
Heisenberg, Werner, 147
Henkin, Leon, 154
Herbrand, Jacques, 99, 103
Heyting, Arend, 150, 178
Hilbert, David, 98, 121
hipótesis, 27, 30
Hiż, Henry, 177
Husserl, Edmund, 47, 49

idea, 31
identidad, 57, 11-116, 124, 134
identificación, 31, 65
implicación, 30, 90-91
inductiva, definición, 79
información, 24-26, 168
inmanencia, 48-50, 107
inscripción, 38-39
intensión, 120
intuicionismo, 148-152

Kant, Immanuel, 117
Kretzmann, Norman, 59

lenguaje-objeto, 55, 73
verdad y satisfacción en él, 81-85, 96-97, 101-102
léxico, 45, 50, 53-59, 172
criterio del, 61-62, 106
de nuestro lenguaje-objeto, 105
libre, variable, 56, 90-91
lingüística, teoría —de la verdad
lógica, 163-166, 170, 171-173
lógica, 71, 90, 107
delimitación, 111, 126, 135, 139-140, 154, 166
lógicas divergentes, 139, 141, 143, 147, 166
lógicas multivaloradas, 144-146
lógica, verdad, 90-94, 100-102, 173
versiones abstractas, 106, 115, 132, 136

su fundamento, 163-166, 170-172
por la demostración, 102-103
lógica y matemática
V.: matemática y lógica
Löwenheim, Leopold, 98
Lukasiewicz, Jan, 144

Mackey, George W., 147
marca, 38-40, 101
Marcus, Ruth B., 156, 178
Martin, Richard M., 125, 178
matemática y lógica, 126, 153, 167-172
metalenguaje, 73, 85
modalidad, 66-68, 134-135
modelo, 95-99
morfema, 50
multivalorada, lógica: V.: lógica
mutilación mínima, máxima de la, 29, 147, 171
Myhill, John R., 85

necesidad, 32, 67
negación, 54, 144-146
su satisfacción, 76-79, 89-90
Neumann, J. von, 147, 178
Newton, Isaac, 171
nombre propio, 56-60, 75, 156
normada, gramática: V.: normado, lenguaje
normado, lenguaje, 58, 68, 72
parquedad, 64, 72-73, 75
sus virtudes, 63, 116-117, 133, 135-136
normado, discurso, 48-49, 51
números, teoría de los, 98-99, 101, 131

objeto físico, 64
objeto, lenguaje—: V.: lenguaje-objeto
observación, 27-30, 169-170
obviedad, 142-143, 165-166, 173
ontología, 100-122, 152-155, 159
oración, 50-51
letra oracional, 55, 120, 129-130
ostensión, 28

palabra, 47, 50
par (ordenado), 73, 124
paradoja, 83-84, 97, 124, 146, 158

partícula, 46, 58-60
Peano, Giuseppe, 117
Peirce, Charles S., 26, 39, 144
pertenencia, 81-82, 116-118
Popper, Karl, 147, 178
predicación, 53, 59-61, 78
predicado:
  complejo, 63-67, 133-134
  letra predicativa, 61, 92
  en la gramática lógica, 53-54, 62
  y satisfacción, 78-79
  y sustitución, 92-94, 104-106
  variable predicativa, 60, 118-121, 127-128
proposición, 22, 26, 29, 34, 36
  su identificación, 24, 31, 34, 65
  vehículo de la verdad, 23, 39-40, 166
proposicional, actitud, 66-68, 134-135

que (la partícula), 66

razón, 130-131
recursiva, definición, 79-80
relación, 80-81
Rosser, J. Barkley, 147, 179
Russell, Bertrand, 51-52, 57, 117-118, 120-121, 148
  paradoja de R., 84, 97, 146

salva congruitate, 47
salva veritate, 31
satisfacción, 72-89
Sellars, Wilfried S., 35
significado, 21-23, 26, 29-31, 119-120
simulación:
  de clases, 122-124, 126-127, 157-159
  de cuantificación, 126-131, 157-159
sincategoremático/a, 59-60
singular, término, 58, 60
sinonimia, 23, 31-33, 120
sintaxis aritmetizada: V.: aritmetizada, sintaxis
Skolem, Thoralf, 99
sucesión, 74
superlativos, 134
sustitución:
  en verdades lógicas, 93-94, 100-102, 104-106, 172-173
  en esquemas, 95-99, 101

Tarski, Alfred, 58
  sobre la verdad, 34, 37, 77, 82, 85, 89, 156, 178
tercio excluso, 38, 143-149
tiempo, 63-65, 133
tiempos verbales, 63-64, 133
traducción, 141-143, 152, 159, 164-166
trascendencia, 48-49, 105-106
transformación, 45, 53, 171
Turquette, Atwell R., 179

última, clase, 125
universalidad de la lógica, 112, 167-168, 173
uso y mención, 118

vacío, universo, 97, 159
validez, 93-96, 100-104
van Heijenoort, Jean, 112, 178
variable:
  libre, 56, 91
  en la gramática lógica, 53, 56-58, 62, 104-106
  para predicados, 60, 118-121, 126-128
  satisfacción y variables, 74
verdad, 21-23, 34-43
  condiciones, 71-72
  función veritativa, 55, 71, 148
  valor veritativo, 39, 130, 145
  vehículo de la verdad, 24, 40, 165-166
  (V. t.: lógica, verdad)
verdad lógica: V.: lógica, verdad
virtuales, clases, 125-126, 158

Weyl, Hermann, 150, 179
White, Morton, 179
Whitehead, Alfred N., 117
Wilson, Mark L., 106
Wittgenstein, Ludwig, 34